



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра информатики и прикладной математики

В.Д. Павлидис, М.В. Чкалова

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

*Учебное пособие для студентов
инженерных специальностей*

Студента _____ группы _____ курса

Направления _____

Фамилия, инициалы _____

Оренбург
2013

УДК 518
ББК 22.1
П 12

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный аграрный университет» (председатель совета – профессор В.В. Каракулев).

Рассмотрено и рекомендовано к печати методической комиссией факультета информационных технологий 2 мая 2012 г. Протокол № 10.

Рецензенты:

И.В. Прояева – канд. физ.-мат. наук, доцент
С.Е. Тычинина – канд. физ.-мат. наук, доцент

Павлидис, В.Д.

П 12 Рабочая тетрадь по теории вероятностей: учебное пособие / В.Д. Павлидис, М.В. Чкалова. – Оренбург: Издательский центр ОГАУ, 2013. – 68 с.

Пособие предназначено для студентов-бакалавров по направлению подготовки «Агроинженерия», «ИВТ», «ЗИ» и содержит обучающие и контролирующие методические задания по разделу «Теория вероятностей». Оно соответствует Государственному образовательному стандарту по математике для указанных специальностей и может быть использовано как для аудиторной, так и для самостоятельной работы студентов.

УДК 519.2
ББК 22.171

© Павлидис В.Д., Чкалова М.В., 2013.
© Издательский центр ОГАУ, 2013.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
Тема 1 СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ	6
1.1 Контрольные вопросы	6
1.2 Практические задания по теме	7
Задания для самостоятельной работы	8
Тема 2 ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ	9
2.1 Контрольные вопросы	9
2.2 Практические задания	11
Тема 3 ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	14
3.1 Контрольные вопросы	14
3.2 Практические задания по теме	16
Тема 4 ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА БАЙЕСА.....	18
4.1 Контрольные вопросы	18
4.2 Практические задания по теме	18
Тема 5 ПОВТОРНЫЕ НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ С ДВУМЯ ИСХОДАМИ.....	20
5.1 Контрольные вопросы	20
5.2 Практические задания по теме	21
Задания для самостоятельной работы	25
Тема 6 ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	29
6.1 Контрольные вопросы	29
6.2 Практические задания по теме	31
Тема 7 ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ.....	34
7.1 Контрольные вопросы	34
7.2 Практические задания по теме	35
Задания для самостоятельной работы	37
Тема 8 НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	40
8.1 Контрольные вопросы	40
8.2 Практические задания по теме	41
Задания для самостоятельной работы	43

Тема 9 НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.....	45
9.1 Контрольные вопросы.....	45
9.2 Практические задания по теме	47
Задания для самостоятельной работы	49
Тема 10 МНОГОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	50
10.1 Контрольные вопросы.....	50
10.2 Практические задания по теме	52
Задания для самостоятельной работы	55
Тема 11 ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ	56
11.1 Контрольные вопросы.....	56
11.2 Практические задания по теме	58
ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ	61
ЛИТЕРАТУРА.....	67

ПРЕДИСЛОВИЕ

Преподавание математических дисциплин для студентов инженерных специальностей включает следующие задачи: ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических инженерных задач; привить умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры.

Рабочая тетрадь представляет собой методический материал для организации аудиторной и самостоятельной работы студентов.

Преподаватель, своевременно проверяя рабочую тетрадь, имеет возможность выявить пробелы в знаниях и организовать индивидуальную работу со студентами, у которых возникли затруднения при выполнении заданий по темам разделу «Теория вероятностей» дисциплины «Математика».

Каждая тема включает:

- контрольные вопросы, для ответа на которые студенты могут использовать курс лекций, учебники и учебно-методические пособия;
- практические типовые задания для аудиторной работы;
- задания для самостоятельной работы различной степени сложности;
- тестовые задания.

Тема 1 СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ

1.1 Контрольные вопросы

1. Перечислите основные понятия теории вероятностей.
2. Какие события называются достоверными? Приведите пример.
3. Какие события называются невозможными? Приведите пример.
4. Какие события называются случайными? Приведите пример.
5. Какие события называются совместными? Приведите пример, изобразите с помощью диаграмм Эйлера.
6. Какие события называются несовместными? Приведите пример, изобразите с помощью диаграмм Эйлера.
7. Какие события называются равновозможными? Приведите пример.
8. Какие события называются противоположными? Приведите пример.

9. Какие события образуют полную группу событий? Приведите пример.

10. Какие операции можно проводить над событиями? Дайте определения суммы, произведения событий. Приведите пример, изобразите с помощью диаграмм Эйлера.

1.2 Практические задания по теме

Задача 1.2.1 Если событие A – выигрыш по билету одной лотереи, событие B – выигрыш по билету другой лотереи, то событие $A \bullet B$ означает...

Задача 1.2.2 Если событие A – выигрыш по одному билету одной лотереи, событие B – выигрыш по билету другой лотереи, то событие $A+B$ означает...

Задача 1.2.3 При подбрасывании игральной кости выпадении числа очков, равное 3, обозначим через событие A , а выпадение числа очков, равного 6, через событие B . Тогда сумма этих двух несовместных событий $A+B$ означает выпадение числа очков равное

Задача 1.2.4 Пусть A, B, C – три произвольных события. Используя операции над случайными событиями, составьте соответствующие выражения если:

- а) наступило только A ;
- б) наступило A и наступило B , а C не наступило;
- в) все три события наступили одновременно;
- г) наступило по крайней мере одно из 3-х событий;
- д) наступило одно и только одно из данных событий;
- е) ни одно событие не наступило;
- ж) наступили не более двух событий из данных.

Задания для самостоятельной работы по теме

1. Производится наблюдение за группой, состоящей из четырех однородных объектов. Каждый из них за время наблюдения может быть обнаружен или нет. Рассматриваются события: A – обнаружен ровно один из объектов; B – обнаружен хотя бы один объект; C – обнаружено не менее двух объектов; E – обнаружено ровно три объекта. Укажите, в чем состоят события: 1) $A + B$; 2) $A \cdot B$; 3) $A + E$; 4) $\overline{C}$

2. Среди студентов, собравшихся на лекцию по математической статистике, выбирают наудачу одного. Пусть событие A означает, что выбранный студент окажется юношей; событие B – студент занимается спортом; событие C – студент живет в общежитии. Опишите события: 1) $A \cdot B \cdot \bar{C}$; 2) $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$; 3) $A \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{C}$

3. Пусть события A, B, C означают соответственно сдачу экзамена по математической статистике первым студентом, вторым и третьим, а события $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ означают, что соответствующие студенты не сдали этот экзамен. Тогда как понимать событие $\bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$

Тема 2 ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

2.1 Контрольные вопросы

1. Что понимается под «равновозможными исходами испытания»?

2. Приведите примеры испытаний и назовите число равновозможных исходов этих испытаний:

3. Приведите пример события и перечислите исходы испытания, благоприятствующие этому событию:

4. Что называется вероятностью случайного события?

5. Дайте определение вероятности случайного события A :

а) классическое:

б) геометрическое:

6. Что называется относительной частотой появления события A ? В чем заключается свойство устойчивости относительной частоты?

7. Что называется статистической вероятностью события A ?

8. Перечислите основные виды комбинаций элементов конечных множеств:

9. Что называется перестановкой элементов n -множества? Запишите соответствующую формулу для определения числа перестановок:

10. Что называется размещением из n элементов множества по m элементов? Запишите соответствующую формулу для определения числа размещений из n элементов множества по m элементов:

11. Что называется сочетанием из n элементов множества по m элементов? Запишите соответствующую формулу для определения числа сочетаний из n элементов множества по m элементов:

2.2 Практические задания

2.2.1 В урне имеется 5 белых и 4 черных шара.

1) Вынимают наудачу один шар. Найдите вероятность того, что он белый.

2) Вынимают наудачу два шара без возвращения. Найдите вероятность того, что:

а) оба шара белые;

б) хотя бы один из них черный.

2.2.2 На полке 10 книг, 6 из них по теории вероятностей. Наудачу вынимаются две книги. Какова вероятность того, что это не книги по теории вероятностей?

2.2.3 В партии, состоящей из 15 изделий, имеется четыре дефектных. Для контроля выбираются шесть изделий. Какова вероятность того, что из них ровно два изделия дефектны?

2.2.4 В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей:

а) нет бракованных;

б) нет годных.

2.2.5 В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отбирается 9 студентов. Найдите вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

2.2.6 Студент пришел на экзамен, зная лишь 24 из 32 вопросов программы. Экзаменатор задал студенту 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент ответит на все вопросы.

2.2.7 Из 15 билетов лотереи выигрышными являются четыре. Какова вероятность того, что из взятых наудачу шести билетов будут два выигрышных?

2.2.8 Отдел технического контроля обнаружил пять бракованных книг в партии из случайно отобранных 100 книг. Найдите относительную частоту появления бракованных книг.

2.2.9 По цели произведено 20 выстрелов, зарегистрировано 18 попаданий. Найдите относительную частоту попаданий в цель.

2.2.10 На отрезок AB длины α наудачу нанесена точка C . Найдите вероятность того, что меньший отрезок из отрезков AC и CB имеет длину, большую, чем $\alpha/6$.

2.2.11 Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Студент, пришедший первым, ждет второго в течение $\frac{1}{4}$ часа, после чего уходит. Найдите вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов).

***Тема 3* ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ**

3.1 Контрольные вопросы

1. Какие события называются несовместными? Приведите пример.
2. Что называется суммой двух случайных событий?
3. Сформулируйте теорему сложения вероятностей несовместных событий.
4. Чему равна сумма вероятностей событий, образующих полную группу?
5. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
6. Что называется условной вероятностью события A по событию B ? Приведите примеры.

7. Какие события называются зависимыми в данном испытании? Приведите примеры.

8. Какие события называются независимыми в данном испытании? Приведите примеры.

9. Чему равна вероятность произведения двух зависимых событий?

10. Чему равна вероятность произведения двух независимых событий?

11. Какие события называются совместными в данном испытании? Приведите пример.

12. Чему равна вероятность суммы совместных событий?

3.2 Практические задания по теме

Задача 3.2.1 Какова вероятность того, что выбранное наугад натуральное число n , где $n \leq 20$, делится:

а) хотя бы на одно из чисел 3 и 7;

б) хотя бы на одно из чисел 2 и 3;

в) хотя бы на одно из чисел 3 и 6.

Задача 3.2.2 Из трех маршрутов автобусов №8, №10, №33 для служащего попутным являются №8 и №33. Вычислите вероятность того, что к остановке первым подъедет автобус попутного для него номера, если на линии маршрутов №8, №10, №33 курсируют соответственно 7, 9 и 12 автобусов. Протяженности маршрутов считаются одинаковыми.

Задача 3.2.3 Студент пришел на экзамен, зная лишь 24 из 32 вопросов программы. Экзаменатор задал студенту 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент ответит на все вопросы.

Задача 3.2.4 Какова вероятность совместной сдачи зачета двумя студентами, если вероятность сдачи зачета первым студентом равна 0,8, а вторым – 0,7?

Задача 3.2.5 Найдите вероятность одновременного появления герба при однократном бросании двух монет.

Задача 3.2.6 Истребитель наносит по каждому из трех объектов ракетный удар, вероятность попадания в первый объект равна 0,8, во второй – 0,7, в третий – 0,9. Найдите вероятность того, что в результате ударов:

- а) будет поражен один объект;
- б) будут поражены 2 объекта;
- в) будет поражен хотя бы один объект;
- г) все объекты не пострадают.

Задача 3.2.7 Два стрелка стреляют по мишени, вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,75. Найдите вероятность попадания для второго стрелка, если вероятность поражения мишени хотя бы одним стрелком равна 0,9.

Тема 4 ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ.

ФОРМУЛА БАЙЕСА

4.1 Контрольные вопросы

1. Какие события называются гипотезами?
2. Запишите формулу полной вероятности события при заданной системе гипотез.
3. Запишите формулу Байеса.

4.2 Практические задания по теме

Задача 4.2.1 В ящике 4 белых и 2 черных шара, последовательно и без возвращений извлекают 2 шара. Найдите вероятность того, что вторым будет вынут белый шар.

Задача 4.2.2 В команде из 10 стрелков двое имеют первый разряд, трое – второй разряд, пятеро – третий разряд. Из команды по жребию выбирается один стрелок, который производит стрельбу по цели. Найдите вероятность того, что цель будет поражена одним выстрелом, если вероятность попадания в цель с первого раза для перворазрядника – 0,8, для второразрядника – 0,6, для третьеразрядника – 0,4.

Задача 4.2.3 В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень из винтовки с оптическим прицелом, равна $0,95$; для винтовки без оптического прицела эта вероятность – $0,7$. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

Задача 4.2.4 Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найдите вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны $0,4$; $0,3$ и $0,5$.

Задача 4.2.5 Директор завода имеет два списка с фамилиями претендентов на работу. В первом списке фамилии пяти женщин и двух мужчин. Во втором списке оказались фамилии двух женщин и шести мужчин. Фамилия одного из претендентов случайно переносится из первого списка во второй. Затем фамилия одного из претендентов случайно выбирается из второго списка. Если предположить, что эта фамилия принадлежит мужчине, чему равна вероятность того, что из первого списка была извлечена фамилия женщины?

Тема 5 ПОВТОРНЫЕ НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ С ДВУМЯ ИСХОДАМИ

5.1 Контрольные вопросы

1. Опишите схему повторных независимых испытаний с двумя исходами.
2. Запишите формулу Бернулли и укажите условия ее применения.
3. Запишите формулу Пуассона и укажите условия ее применения.
4. Запишите локальную теорему Муавра-Лапласа.
5. Запишите интегральную теорему Муавра-Лапласа.
6. Запишите формулу для нахождения наивероятнейшего числа наступлений события A в схеме n повторных независимых испытаний.

5.2 Практические задания по теме

Задача 5.2.1 Игральную кость подбрасывают 10 раз. Найдите вероятность того, что шестерка выпадает:

а) два раза;

б) не более восьми раз;

в) хотя бы один раз.

Задача 5.2.2 Тесты содержат 10 вопросов, на которые следует отвечать, используя одно из двух слов: да, нет. Какова вероятность получения не менее 60 % правильных ответов, если использовать «метод угадывания»?

Задача 5.2.3 В помещении 6 электролампочек. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 0,7. Найдите:

а) вероятность того, что в течение года придется заменить 2 лампочки

б) наименее вероятное число лампочек, которые будут работать в течение года.

Задача 5.2.4 В ящике находится 70 % стандартных деталей. Найдите вероятность того, что из пяти взятых наудачу деталей окажется не более одной нестандартной.

Задача 5.2.5 10 человек пришли на избирательный участок и случайным образом отдали свои голоса за одного из пяти кандидатов в президенты. Какова вероятность того, что за первого по списку кандидата проголосовало 3 человека?

Задача 5.2.6 Вероятность выхода из строя одного элемента устройства в течение t часов работы равна 0,002. Какова вероятность того, что за время t из 1500 независимо работающих элементов выйдет из строя:

а) 4 элемента

б) не более 2 элементов.

Задача 5.2.7 Вероятность допустить ошибку при наборе некоторого текста, состоящего из 1200 знаков равна 0,005. Найдите вероятность того, что при наборе будет допущено:

а) 6 ошибок

б) хотя бы одна ошибка.

Задача 5.2.8 Некачественные изделия составляют 2% всей продукции. Какова вероятность того, что среди 200 наудачу взятых изделий окажется:

а) не более 5 некачественных изделий

б) два или три некачественных изделия.

Задача 5.2.9 Вероятность отказа каждого прибора при испытании равна 0,2. Приборы испытываются независимо друг от друга. Что вероятнее: отказ 10 приборов при испытании 80 или отказ 15 при испытании 120?

Задача 5.2.10 Всхожесть семян данного сорта растений составляет 70%. Найдите вероятность того, что из 700 посаженных семян будет 500 проросших.

Задача 5.2.11 Вероятность попадания в цель из скорострельного орудия при отдельном выстреле равна 0,75. Найдите вероятность того, что при 300 выстрелах число попаданий будет менее 210, но не более 230 раз.

Задача 5.2.12 Вероятность наступления некоторого события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,7. Найдите вероятность того, что число m наступления события удовлетворяет следующим неравенствам:

а) $83 \leq m \leq 93$

б) $m \geq 70$

Задача 5.2.13 Какова вероятность того, что из 2450 ламп, освещающих улицу, к концу года будет гореть от 1500 до 1600 ламп? Считайте, что каждая лампа будет гореть в течение года с вероятностью 0,64.

Задача 5.2.14 Всхожесть семян данного сорта растений составляет 70%. Найдите наивероятнейшее число всхожих семян в партии из 240 семян.

Задания для самостоятельной работы по теме

Повторение независимых испытаний. Формула Бернулли.

Задачи 1–15. Вероятность работы автомата в некоторый момент времени равна p . Имеется k независимо работающих автоматов. Найдите:

1) вероятность того, что:

а) будут работать в данный момент ровно m автоматов;

б) будут работать не более m автоматов;

2) наивероятнейшее число работающих автоматов среди k автоматов:

	p	k	m		p	k	m
1	0,55	7	4	9	0,07	8	3
2	0,62	6	2	10	0,08	4	2
3	0,7	8	5	11	0,45	5	2
4	0,8	5		12	0,52	6	3
5	0,45	10	6	13	0,57	4	2
6	0,1	7	3	14	0,48	7	4
7	0,05	5	2	15	0,5	8	3
8	0,2	6	4				

Задачи 16–30. Каждый из n элементов электронного блока может отказать в течение 3-х часов непрерывной работы с вероятностью p . Найдите:

1) вероятность того, что:

а) в течение 3 часов откажут ровно m элементов;

б) в течение 3 часов откажут не менее m элементов;

2) наимвероятнейшее число элементов, которые могут отказать в течение 3 часов.

	p	k	m		p	k	m
16	0,2	8	3	24	0,6	12	7
17	0,4	6	4	25	0,8	10	8
18	0,67	6	2	26	0,7	9	7
19	0,9	8	5	27	0,6	8	6
20	0,72	9	6	28	0,5	7	5
21	0,3	9	4	29	0,3	7	4
22	0,4	10	5	30	0,5	5	2
23	0,5	11	6				

Повторение независимых испытаний. Формула Пуассона

1. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно четырем. Найдите вероятность того, что за две минуты поступит:

а) шесть вызовов;

б) менее шести вызовов.

2. Среднее число кораблей, прибывающих в порт за один час, равно трем. Найдите вероятность того, что за четыре часа в порт придут:

- а) пять кораблей;
- б) не менее пяти кораблей.

3. Среднее число самолетов, прибывающих в аэропорт за одну минуту, равно четырем. Найдите вероятность того, что за две минуты в аэропорт придут:

- а) пять самолетов;
- б) более пяти самолетов.

4. Книга в 500 страниц имеет 50 опечаток. Найдите вероятность того, что на случайно выбранной странице обнаружат:

- а) четыре опечатки;
- б) не менее четырёх опечаток.

5. Вероятность появления бракованной детали равна 0,008. Найдите вероятность того, что из 500 отобранных деталей окажется:

- а) три бракованных;
- б) не более восьми бракованных деталей.

6. Устройство содержит 1000 независимо работающих элементов. Вероятность отказа любого элемента в течение часа равна 0,003. Найдите вероятность того, что за час откажут:

- а) четыре элемента;
- б) не менее четырёх элементов.

7. Образец радиоактивного вещества в среднем за 10 секунд испускает четыре заряженные частицы. Найдите вероятность того, что за две секунды образец испустит:

- а) две частицы;
- б) более двух частиц.

8. В камере Вильсона регистрируется в среднем 18 элементарных частиц в час. Найдите вероятность того, что в течение 30 минут будет зарегистрировано:

- а) три частицы;
- б) не более трёх частиц.

Повторение независимых испытаний. Локальная теорема Лапласа

Задачи 1–30. На конвейер за смену поступает n изделий. Вероятность того, что поступившая на конвейер деталь стандартна, равна p . Найдите вероятность того, что стандартных деталей на конвейер за смену поступило ровно m .

	n	P	m		n	P	m
1	300	0,75	240	16	180	0,72	140
2	400	0,8	330	17	420	0,83	380
3	625	0,8	510	18	250	0,67	210
4	150	0,6	75	19	600	0,84	570
5	100	0,9	96	20	200	0,67	150
6	192	0,75	150	21	1100	0,31	371
7	600	0,6	375	22	1000	0,12	145
8	400	0,9	372	23	900	0,43	427
9	144	0,8	120	24	800	0,74	602
10	100	0,85	92	25	700	0,23	185
11	220	0,55	140	26	600	0,60	390
12	350	0,6	260	27	500	0,27	156
13	300	0,9	280	28	400	0,45	173
14	500	0,75	390	29	300	0,58	209
15	250	0,65	190	30	200	0,32	82

Повторение независимых испытаний. Интегральная теорема Лапласа.

Задачи 1– 30. В некоторой партии n деталей. Вероятность того, что изделие стандартно равна p . Найдите вероятность того, что среди выбранных наудачу изделий стандартных окажется от m_1 до m_2 .

	n	p	m_1	m_2		n	p	m_1	m_2
1	100	0,8	70	80	16	130	0,72	80	90
2	150	0,6	78	96	17	240	0,83	205	220
3	400	0,9	345	372	18	350	0,62	190	210
4	300	0,75	210	225	19	420	0,78	300	350
5	400	0,5	190	215	20	520	0,9	470	495
6	625	0,64	400	430	21	1720	0,72	1218	1259
7	300	0,7	180	210	22	1000	0,96	945	975
8	400	0,8	280	340	23	550	0,55	258	342
9	200	0,75	130	160	24	800	0,80	629	651
10	500	0,55	210	270	25	500	0,50	235	265
11	250	0,6	140	170	26	1380	0,68	978	1060
12	350	0,9	280	310	27	1040	0,54	532	592
13	180	0,65	110	150	28	2000	0,98	1924	1956
14	600	0,7	400	450	29	750	0,75	573	583
15	370	0,5	170	190	30	950	0,95	880	900

Тема 6 СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

6.1 Контрольные вопросы

1. Какая величина называется случайной? Назовите виды случайных величин. Приведите примеры.

2. Дайте определение дискретной случайной величины, непрерывной случайной величины.

3. Что называется законом распределения вероятностей (рядом распределения) дискретной случайной величины?

4. Как можно задать ряд распределения вероятностей?

5. Как проверить правильность составления ряда распределения вероятностей, если он задан таблицей?

6. Как называется графическое представление ряда распределения?

7. Дайте определение функции распределения вероятностей случайной величины.

8. Перечислите свойства функции распределения дискретной случайной величины.

6.2 Практические задания по теме

Задача 6.2.1. В коробке находится 4 желтых и 8 зеленых шаров, наудачу из коробки извлечены 3 шара (с возвращением). Постройте многоугольник распределения, найдите и изобразите графически функцию распределения дискретной случайной величины: число желтых шаров из трех извлеченных.

Задача 6.2.2 Устройство состоит из 4 независимо работающих приборов, вероятность отказа каждого прибора в одном опыте равна 0,2. Составьте закон распределения числа отказавших приборов в одном опыте, постройте многоугольник распределения, найдите и изобразите графически функцию распределения этой случайной величины.

Задача 6.2.3 Две равносильные команды А и Б играют в баскетбол. Составьте закон распределения числа выигранных командой А встреч, если назначено всего 6 встреч. Постройте многоугольник распределения, найдите и изобразите графически функцию распределения этой случайной величины.

Задача 6.2.4 Три стрелка, ведущие огонь по цели, сделали по одному выстрелу. Вероятности их попадания в цель соответственно равны 0,5, 0,6, 0,8. Постройте ряд распределения случайной величины X – числа попаданий в цель. Составьте функцию распределения и постройте ее график.

Задача 6.2.5 Задана функция распределения вероятностей случайной величины X . Найдите ряд распределения, а также вероятности: $P\{X=1\}$, $P\{1 < X \leq 5\}$ (двумя способами).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ 0,3, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{при } 1 < x \end{cases}$$

Задача 6.2.6. Задано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-2	-1	1	2	3
p_i	0,20	0,25	0,30	0,15	0,10

Постройте ряды распределения случайных величин:

а) $Y=2X$; б) $Z=X^2$

Задача 6.2.7. Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y :

x_i	1	2	3
p_i	0,3	0,5	0,2

y_i	-2	-1
p_i	0,4	0,6

Найдите законы распределения случайных величин:

а) $Z=X+Y$; б) $W=X \cdot Y$

Тема 7 ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

7.1 Контрольные вопросы

1. Какова роль и назначение числовых характеристик случайной величины?
2. Перечислите числовые характеристики случайной величины с указанием их вероятностного смысла.
3. Дайте определение математического ожидания дискретной случайной величины X и запишите формулу для нахождения этой числовой характеристики.
4. Перечислите свойства математического ожидания:

5. Дайте определение дисперсии дискретной случайной величины X и запишите расчетные формулы для нахождения этой числовой характеристики.

6. Перечислите свойства дисперсии:

7. Дайте определение среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины X и запишите расчетную формулу для нахождения этой числовой характеристики.

7.2 Практические задания по теме

Задача 7.2.1 Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0.7. Составьте закон распределения случайной величины X – числа наступления события в 4 независимых испытаниях. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Задача 7.2.2 Вероятность поступления в магазин со склада комплекта оборудования с каким-либо дефектом, как показали наблюдения, можно принять за $0,1$. Составьте закон распределения случайной величины X – числа доброкачественных комплектов из пяти поступивших. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой дискретной случайной величины X .

Задача 7.2.3 В билете три задания. Вероятность получения верного ответа на первое задание $0,8$, на второе – $0,9$, на третье – $0,6$. Составьте закон распределения случайной величины X – числа правильных ответов на задания в билете и вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой величины.

Задача 7.2.4 По результатам сдачи сессии одна из студенческих групп имела следующий ряд распределения экзаменационных оценок:

x_i	2	3	4	5
p_i	0,1	p_2	p_3	p_4

Найдите вероятность получения удовлетворительных, хороших и отличных оценок, если известно, что математическое ожидание (среднее значение) результатов сдачи экзаменов в составило 3,7, а среднее квадратическое отклонение 0,9.

Задания для самостоятельной работы

Дискретные случайные величины. Функция распределения

Задачи 1–15. Определите математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение случайной величины; постройте функцию распределения $F(x)$, если закон распределения этой случайной величины имеет вид:

1.

значение	12	14	18	24	27
вероятность	0,2	0,1	0,3	0,2	?

2.

значение	10	13	17	19	22
вероятность	0,2	0,1	0	0,2	?

3.

значение	120	135	150	180	185
вероятность	?	0,2	0,4	0,2	0,1

4.

значение	16	26	37	42	51
вероятность	0,3	0,1	0,08	?	0,3

5.

значение	16	23	37	40	59
вероятность	0,3	0,2	0,18	9	0,3
6.

значение	4,2	5,7	6,3	7,1	8,4
вероятность	0,15	?	0,22	0,13	0,3
7.

значение	90	110	140	150	170
вероятность	0,23	0,17	?	0,1	0,3
8.

значение	7,5	8,2	9,6	10,3	11,4
вероятность	0,15	0,3	0,1	0,1	?
9.

значение	23	28	33	47	51
вероятность	?	0,1	0,4	0,1	0,2
10.

значение	3,4	4,1	5,4	6,7	7,3
вероятность	0,24	0,16	?	0,2	0,1
11.

значение	240	250	260	270	280
вероятность	0,15	?	0,3	0,1	0,2
12.

значение	42	45	48	49	51
вероятность	?	0,19	0,1	0,2	0,4
13.

значение	15,2	16,3	17,1	18,4	19,4
вероятность	0,25	0,1	0,3	?	0,1
14.

значение	32	35	37	39	43
вероятность	0,23	?	0,1	0,4	0,1
15.

значение	61	64	67	69	71
вероятность	0,16	?	0,2	0,4	0,1

Дискретные случайные величины (составление законов распределения)

1. Имеется семь лампочек, каждая из них с вероятностью 0,2 имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон, и включается ток; при включении тока дефектная лампочка сразу же перегорает, после чего заменяется другой. Постройте ряд распределения и функцию распределения случайной величины X – числа лампочек, которые будут испробованы. Найдите числовые характеристики случайной величины X .

2. Стрелок стреляет по мишени до первого попадания, но успевает сделать не более пяти выстрелов. Вероятность попадания в мишень 0,4. Постройте ряд распределения и функцию распределения случайной величины X – числа выстрелов, произведенных стрелком; Найдите числовые характеристики этой случайной величины X .

3. Вероятность изготовления стандартной детали некоторым цехом равна 0,9. Из партии контролер берет деталь и проверяет ее качество. Если деталь нестандартна, дальнейшие испытания прекращаются, а партия бракуется. Если же деталь стандартна, то контролёр берет для проверки следующую деталь и т.д. Всего он проверяет не более шести деталей из партии. Постройте ряд распределения, функцию распределения случайной величины X – числа проверенных стандартных деталей. Найдите числовые характеристики этой случайной величины X .

4. На пути движения автомобиля четыре светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автомобилю дальнейшее движение. Составьте закон распределения вероятностей числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки. Найдите числовые характеристики полученной случайной величины.

5. Электронный блок состоит из шести независимо работающих элементов, вероятность отказа каждого из которых равна 0,12. Составьте закон распределения случайной величины X – числа отказов элементов блока. Найдите её числовые характеристики.

Тема 8 НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

8.1 Контрольные вопросы

1. Какая случайная величина является непрерывной? Приведите примеры.
2. Назовите свойства и изобразите график функции распределения непрерывной случайной величины.
3. Чему равна вероятность любого отдельно взятого значения непрерывной случайной величины?
4. Как вычислить вероятность попадания значений случайной величины в заданный интервал? (приведите два способа).

5. Какая функция называется функцией плотности распределения вероятностей или плотностью вероятностей непрерывной случайной величины?

6. Перечислите свойства плотности распределения вероятностей:

7. Как связаны между собой функция распределения и функция плотности распределения вероятностей?

8. Запишите формулы для математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины X :

8.2 Практические задания по теме

Задача 8.2.1. По функции плотности распределения вероятностей составьте функцию распределения, постройте графики найденных функций. Найдите числовые характеристики данной случайной величины и указанную вероятность.

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4 \\ \frac{x}{6} - \frac{1}{3}, & 4 < x \leq 6; \\ 0, & x > 6 \end{cases} \quad P(5 \leq x \leq 6) = ?$$

Задача 8.2.2 Задана функция распределения непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ c(x-3)^2, & 3 \leq x \leq 5; \\ 1, & x > 5 \end{cases} \quad \text{Найдите : а) коэффициент } c;$$

б) плотность распределения случайной величины X и постройте графики $F(x)$ и $p(x)$;

в) $P\{3 \leq X \leq 4\}$.

Задача 8.2.3. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < A \\ \frac{1}{2}\sqrt{x} - 2, & A \leq x \leq B; \\ 1, & x > B \end{cases}$$

Найдите A и B , плотность распределения непрерывной случайной величины X , вероятность $P\{3 \leq X \leq 5\}$.

Задания для самостоятельной работы

Непрерывная случайная величина (заданная интегральной функцией распределения)

Задачи 1–14. Случайная величина X задана интегральной функцией (функцией распределения) $F(x)$. Найдите:

а) дифференциальную функцию (плотность вероятности)

б) математическое ожидание и дисперсию;

в) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(\alpha; \beta)$.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad (0,5;2)$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1}{2}(x^2 - 1), & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2 \end{cases} \quad (1,5;3)$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq \frac{1}{3}; \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases} \quad \left(\frac{1}{5};1\right)$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad (0,5;3)$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{81}, & 0 < x \leq 9; \\ 1, & x > 9 \end{cases} \quad (7;11)$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{64}, & 0 < x \leq 8; \\ 1, & x > 8 \end{cases} \quad (6;10)$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{1}{2}x - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4 \end{cases} \quad (3;5)$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad (2;5)$$

$$\mathbf{9.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2; (1,5;3) \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{11.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2\sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{6}; (\frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{2}) \\ 1, & x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\mathbf{13.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{3}{4}(x+1), & -1 < x \leq \frac{1}{3}; (0;2) \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\mathbf{10.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}; \\ \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0; (-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6}) \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{12.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{3\pi}{4}; \\ \sin 2x, & \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi; (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}) \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

$$\mathbf{14.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}; (\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}) \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тема 9 НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

9.1 Контрольные вопросы

1. Непрерывная случайная величина X имеет равномерный закон распределение вероятностей на отрезке $[a;b]$. Запишите вид плотности ее распределения и функции распределения вероятностей. Изобразите графики этих функций.

2. Запишите формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии НСВ, распределенной равномерно:

$$M(X)=$$

$$D(X)=$$

3. Непрерывная случайная величина X имеет показательный или экспоненциальный закон распределение вероятностей. Запишите вид плотности ее распределения и функции распределения вероятностей. Изобразите графики этих функций.

4. Запишите формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии НСВ, распределенной по показательному закону:

$$M(X)=$$

$$D(X)=$$

5. Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения вероятностей. Запишите вид плотности ее распределения и функции распределения вероятностей. Изобразите графики этих функций.

6. Случайная величина X имеет нормальное распределение в параметрах a и σ . Запишите, в чем заключается вероятностный смысл этих параметров.

7. Запишите формулы для расчета вероятности попадания нормально распределенной случайной величины X в промежуток от α до β .

8. Назовите свойства интегральной функции Лапласа.

9. Сформулируйте правило трех сигма. Как оно применяется практически?

9.2 Практические задания по теме

Задача 9.2.1. На перекрестке дорог движение регулируется автоматическим светофором, включающим зеленый свет через каждые 2 мин. Время простоя автомобиля у этого светофора есть случайная величина, распределенная равномерно с плотностью на участке 0–2 мин. Найдите среднее время простоя и среднее квадратическое отклонение.

Задача 9.2.2. Случайная величина X , распределенная равномерно, имеет следующие числовые характеристики: $M(X)=2$, $D(X)=3$. Найдите $F(X)$.

Задача 9.2.3. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda=0,4$. Найдите дифференциальную и интегральную функцию распределения, а также вероятность попадания значений СВ X в интервал $(0,25;5)$.

Задача 9.2.4. Срок службы жесткого диска компьютера – случайная величина, подчиняющаяся экспоненциальному распределению со средним значением 12 000 ч. Найдите вероятность того, что срок службы жестких дисков превысит 20 000 ч.

Задача 9.2.5. Еженедельный выпуск продукции на заводе распределен приблизительно по нормальному закону со средним значением $\mu=134786$ ед. продукции в неделю и $\sigma=13000$ ед. Найдите вероятность того, что еженедельный выпуск продукции:

- а) превысит 150 000 ед.;
- б) окажется ниже 100 000 ед. в данную неделю.

Задача 9.2.6. Рост взрослых мужчин является случайной величиной X , распределенной по нормальному закону. Найдите плотность вероятности, функцию распределения этой случайной величины; вероятность того, что ни один из 3 наудачу выбранных мужчин не будет иметь рост менее 180 см.

Задача 9.2.7. Заданы математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X . Найдите: 1) вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу $(\alpha; \beta)$; 2) вероятность того, что абсолютная величина отклонения $X - a$ окажется меньше δ ; 3) интервал, в который попадут значения случайной величины с вероятностью 0,9836.

$$a=15; \sigma=2; \alpha=9; \beta=19; \delta=3.$$

Задания для самостоятельной работы

Нормальное распределение случайной величины

Задачи 1–14. Для нормально распределенной случайной величины X известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ . Найдите:

а) вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу $(\alpha; \beta)$;

б) вероятность того, что абсолютная величина разности $X - a$ окажется меньше δ .

	a	σ	α	β	δ		a	σ	α	β	δ
1	10	4	8	20	8	8	5	1	1	12	2
2	7	3	3	13	6	9	4	5	2	11	3
3	8	2	4	14	6	10	3	2	3	10	5
4	9	5	5	15	8	11	2	2	1	5	2
5	10	4	6	16	10	12	3	2	2	6	1
6	11	3	7	17	6	13	4	3	3	7	3
7	12	5	8	18	10	14	5	3	4	8	2

***Тема 10* МНОГОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ**

10.1 Контрольные вопросы

1. Приведите примеры испытаний, результат которых определяется несколькими случайными величинами.
2. Дайте определение многомерной случайной величины и его геометрическое толкование.
3. Назовите виды многомерных случайных величин.
4. Запишите функцию распределения двумерной случайной величины.

5. Дайте геометрическую интерпретацию функции распределения двумерной случайной величины.

6. Как задается распределение двумерной дискретной и двумерной непрерывной случайной величины?

7. Что такое условное распределение? Запишите формулу условного распределения дискретной случайной величины (X, Y) .

8. Запишите формулу для вычисления вероятности попадания значений двумерной случайной величины в прямоугольную область D .

9. Дайте определение плотности вероятности непрерывной двумерной случайной величины. Запишите формулу связи функции распределения и плотности вероятности.

10. Запишите теорему умножения плотности распределения двумерной случайной величины (X, Y) .

11. Запишите формулу для вычисления условного математического ожидания двумерной случайной величины (X, Y) . Каков вероятностный смысл условного математического ожидания?

12. Дайте определение зависимых и независимых случайных величин.

13. В чем отличие корреляционной зависимости от функциональной зависимости между случайными величинами?.

10.2 Практические задания по теме

Задача 10.2.1. Задан закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) :

$y \backslash x$	-1	0	1
1	0,15	0,30	0,35
2	0,05	0,05	0,10

Найдите условное математическое ожидание $M(X/Y=1)$; $M(X/Y=0)$.

Задача 10.2.2. Для данного закона распределения вероятностей двумерной случайной величины (X, Y) . Найдите коэффициент корреляции.

$y \backslash x$	2	5
8	0,15	0,10
10	0,22	0,23
12	0,10	0,20

Задача 10.2.3. Задан закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) :

$y \backslash x$	0	1	2	3
-1	0,02	0,06	0,08	0,04
0	0,03	0,12	0,20	0,15
1	0,05	0,02	0,22	0,01

Найдите:

а) закон распределения и числовые характеристики случайной величины Y ; б) условное распределение случайной величины Y при условии, что X принимает значение, равное 0.

Определите, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 10.2.4. Задан закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) :

$y \backslash x$	-1	0	1
0	0,01	0,04	0,05
1	0,06	0,24	0,10
2	0,05	0,15	0,10
3	0,04	0,07	0,09

Найдите:

а) законы распределения случайных величин X и Y ; б) условное распределение случайной величины Y при условии, что $X=3$; в) вероятность того, что величина X примет значение меньше 1 при условии, что $Y \geq 0$.

Определите, являются ли случайные величины X и Y коррелированными.

Задания для самостоятельной работы

Задачи 1–15. Найдите коэффициенты корреляции между данными случайными величинами, получите уравнения прямых линий среднеквадратической регрессии Y на X и X на Y . Дайте геометрическую интерпретацию решения.

1.	X	7	10	11	4	7
	Y	5	2	9	7	2
2.	X	1	9	11	5	
	Y	6	2	5	4	
3.	X	105	90	74	100	
	Y	71	43	29	90	
4.	X	83	101	95	87	73
	Y	56	44	63	51	49
5.	X	12	20	17	8	
	Y	3	11	6	2	
6.	X	10	13	22	9	4
	Y	5	9	7	1	2
7.	X	77	85	56	60	
	Y	20	13	10	15	
8.	X	33	57	61	49	55
	Y	6	15	20	25	13
9.	X	105	117	120	101	
	Y	78	82	64	60	
10.	X	68	73	81	79	61
	Y	19	10	15	21	30
11.	X	58	45	39	27	
	Y	9	13	20	15	
12.	X	31	26	34	28	
	Y	11	18	9	5	
13.	X	8	6	10	7	13
	Y	1	3	2	5	9
14.	X	22	38	41	48	
	Y	11	16	25	27	
15.	X	87	78	69	75	82
	Y	26	31	44	33	40

***Тема 11* ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ**

11.1 Контрольные вопросы

1. В чем состоит принцип практической уверенности?
2. Что понимается под законом больших чисел в широком и узком смысле?
3. Приведите примеры проявления закона больших чисел.
4. Запишите лемму Чебышева и поясните ее содержание.

5. Запишите неравенство Чебышева для любой случайной величины и поясните ее содержание.

6. Запишите неравенство Чебышева для случайной величины, имеющей биномиальный закон распределения.

7. Запишите теорему Чебышева и следствие из нее.

8. Укажите практическую значимость теоремы Чебышева.

9. Запишите теорему Бернулли. Сформулируйте следствия этой теоремы. Укажите практическую значимость теоремы Бернулли.

10. В чем заключается практическая значимость теоремы Ляпунова?

11.2 Практические задания по теме

Задача 11.2.1 Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентами факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.

Задача 11.2.2 Сколько надо произвести измерений данной величины, чтобы с вероятностью не менее 0,95 гарантировать отклонение средней арифметической этих измерений от истинного значения величины не более чем на 1 (по абсолютной величине), если среднее квадратическое отклонение не превосходит 5?

Задача 11.2.3 Количество воды, необходимое данному микрорайону в течение суток, является случайной величиной, математическое ожидание которой $8\,500\text{ м}^3$, а среднее квадратическое отклонение – $1\,500\text{ м}^3$. Почему нельзя применить неравенство Чебышева для оценки вероятности того, что в ближайшие сутки расход воды составит от $6\,000$ до $10\,000\text{ м}^3$? Как нужно изменить правую границу, чтобы применение неравенства Чебышева стало возможным? Решите задачу при измененной правой границе.

Задача 11.2.4. Если среднее значение начальной скорости снаряда равно 600 м/сек , то какие значения скорости можно ожидать с вероятностью, не меньшей чем $0,4$?

Задача 11.2.5. Каждая из 2000 независимых случайных величин имеет дисперсию, равную $4,5$. Математические ожидания этих величин одинаковы. Оцените вероятность того, что среднее арифметическое случайных величин отклонится от математического ожидания по абсолютной величине не более чем на $0,15$.

Задача 11.2.6. Применима ли к последовательности независимых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n$ теорема Чебышева, если каждая случайная величина X_n задана таблицей распределения:

X_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
$p(X_n)$	0,25	0,5	0,25

где $\alpha > 0$ – постоянная величина?

ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ПО ВСЕМ ТЕМАМ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится не более 6 очков, равна...

ОТВЕТ:

2. Непрерывная случайная величина задана плотностью

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-5)^2}{8}}, \text{ тогда произведение } M(X) \cdot D(X) \text{ равно...}$$

ОТВЕТ:

3. X – нормально распределенная случайная величина с параметрами $\bar{X}=10, D(X)=4$. С вероятностью 0,9973 промежутком возможных значений случайной величины X , симметричным относительно среднего значения, является...

ОТВЕТ:

4. Вероятность того, что при двукратном бросании монеты дважды выпадет герб, равна...

1) $2/4$; 2) $1/4$; 3) $3/4$; 4) 1;

5. Всхожесть семян 80%. Вероятность того, что из 100 посеянных семян взойдут ровно 85, равна...

1) $\frac{1}{4} \phi(1,25) \approx 0,0456$; 2) $\frac{1}{4} \phi(1,25) \approx 0,0986$; 3) $\frac{85}{100}$; 4) $\frac{15}{100}$;

6. Среднее значение нормально распределенной случайной величины X равно 15, дисперсия $D(X) = 4$. С вероятностью 0,9973 интервал возможных значений X , симметричный относительно среднего значения, имеет вид...

ОТВЕТ:

7. Дисперсия нормально распределенной случайной величины уменьшилась в 9 раз, тогда максимальное значение ординаты кривой Гаусса...

1) не изменится; 2) увеличится в 9 раз; 3) уменьшится в 9 раз; 4) увеличится в 3 раза;

8. В урне 5 красных и 10 белых шаров. Наудачу извлекается один шар. Вероятность того, что шар белый, равна...

ОТВЕТ:

9. Два станка, одинаковой производительности, штампуют детали. Из всей продукции 1-го станка 92% стандартной, 2-го – 86%. Вся продукция поступает на общий конвейер. Вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь, окажется стандартной, равна...

1) 1,78; 2) 0,89; 3) 0,11; 4) 0,22;

10. Дан закон распределения дискретной случайной величины X :

x_i	0	10	20
p_i	0,3	0,4	?

тогда дисперсия величины $D(X)$

равна... ОТВЕТ:

11. Нормально распределенная случайная величина задана плотностью

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}, \text{ тогда произведение } M(X) \cdot D(X) \text{ равно...}$$

ОТВЕТ:

12. Среднее значение нормально распределенной случайной величины равно 30. С вероятностью близкой к 1 (0,9973), промежуток возможных значений (24;36), тогда дисперсия $D(X)$ равна... ОТВЕТ:

13. На полке 20 книг по теории вероятностей, 8 из них в мягком переплете. Вероятность того, что наудачу взятая с полки книга в мягком переплете, равна... ОТВЕТ:

14. Дан закон распределения дискретной случайной величины X :

x_i	0	10	20
p_i	0,3	0,4	?

Тогда математическое ожидание

$M(X)$ равно...

ОТВЕТ:

15. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-10)^2}{50}}.$$

Тогда сумма $M(X) + D(X)$ равна...

ОТВЕТ:

16. Все значения нормально распределенной случайной величины с вероятностью 0,9973 принадлежат промежутку $(10; 22)$, симметричному относительно $M(X)$. Тогда среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ равно...

ОТВЕТ:

17. Случайные величины X : отклонение размера обрабатываемой детали от стандарта и Y : число машин учебного парка, требующих текущего ремонта, имеют следующий вид

(Д – дискретная, Н – непрерывная)...

ОТВЕТ:

18. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится менее 3 очков, равна ...

ОТВЕТ:

19. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}.$$

Тогда интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания, имеет вид...

ОТВЕТ:

20. Дисперсия случайной величины уменьшилась в 4 раз, тогда максимальное значение ординаты кривой Гаусса...

1) не изменится; 2) увеличится в 8 раз; 3) уменьшится в 4 раза; 4) увеличится в 2 раза.

21. Случайная величина X распределена нормально с параметрами $a = 10, \sigma = 5$. Длина интервала, в которой попадет X с вероятностью 0,9973, равна... ОТВЕТ:

22. Вероятность того, что при случайном расположении в ряд четырех букв разрезной азбуки, на которых написаны А, Е, К, Р, получится слово «РЕКА», равна...

ОТВЕТ:

23. В коробке находится 4 красных и 8 зеленых карандашей. Из нее случайно выпали 2 карандаша. Вероятность того, что оба карандаша одного цвета, равна...

ОТВЕТ:

24. Известен ряд распределения ДСВ:

x_i	-3	3	4
p_i	0,3	0,5	0,2

тогда математическое

ожидание случайной величины равно...

ОТВЕТ:

25. Плотность вероятности случайной величины X , подчиненной нормальному закону распределения, задана функцией $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$, тогда коэффициент A равен...

$$1) A = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}}; \quad 2) A = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}; \quad 3) A = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}; \quad 4) A = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$$

26. В урне находится 15 шаров, пять из которых красные, а остальные белые. Наудачу вынимают один шар. Вероятность того, что этот шар красный, равна...

ОТВЕТ:

27. Случайная величина X задана плотностью распределения

$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$. Тогда математическое ожидание и дисперсия X равны...

1) $M(x) = 1, D(x) = 2$; 2) $M(x) = 1, D(x) = 4$; 3) $M(x) = 1, D(x) = \sqrt{2}$;4)
 $M(x) = 2, D(x) = 1$

28. Максимальное значение плотности нормального распределения $\frac{1}{7\sqrt{2\pi}}$, тогда среднее квадратическое отклонение равно...

ОТВЕТ:

29. Суммой двух несовместных событий называется ...

- 1) событие, состоящее в появлении любого из исходных событий;
- 2) событие, состоящее в появлении исходных событий одновременно;
- 3) событие, состоящее в появлении либо первого, либо второго из исходных событий;
- 4) среди перечисленных определений верного нет

30. Произведено 400 независимых испытаний . Наивероятнейшее число появлений события A равняется 150. Тогда вероятность появления события A в каждом испытании равна ...

- 1) 0,633; 2) 0,97; 3) 0,375; 4) 0,112;

31. Вероятность того, что на некотором предприятии расход электроэнергии не превысит суточной нормы, равна 0,8. Тогда вероятность того, что в течение 5 рабочих дней из 7 перерасхода электроэнергии не будет, определяется по формуле...

ОТВЕТ:

32. Функция распределения вероятностей случайной величины определяет...

- 1) вероятность того, что величина примет любое из своих возможных значений;
- 2) вероятность того, что величина примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$;
- 3) вероятность того, что величина примет значение меньше наперед заданного действительного числа;
- 4) вероятность того, что величина примет значение больше наперед заданного действительного числа;

33. Суммой двух случайных событий называется...

- 1) событие, состоящее в появлении любого из исходных событий ;
- 2) событие, состоящее в появлении исходных событий одновременно;
- 3) событие, состоящее в появлении либо первого, либо второго из исходных событий;
- 4) событие, состоящее в появлении либо первого, либо второго , либо этих событий одновременно.

34. Студент выучил к экзамену 18 вопросов из 25. На экзамене преподаватель задает последовательно три вопроса. Вероятность того, что студент сможет ответить на третий вопрос, если на первый вопрос он ответил, а на второй – нет, равна...

$$1) P = \frac{18}{25} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{17}{25} ; \quad 2) P = \frac{18}{25} \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{17}{23} ; \quad 3) P = \frac{18}{25} ; \quad 4) P = \frac{1}{3} .$$

35. Относительной частотой наступления события называют...

- 1) отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу проведённых испытаний;
- 2) отношение испытаний, в которых событие появилось, ко всем проведённым испытаниям;
- 3) число испытаний, в которых событие появилось, и было зарегистрировано;
- 4) вероятность этого события, вычисленную по классической формуле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев, В.В. Теория вероятностей в вопросах и задачах: учебное пособие. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2004.
2. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 3-е изд., стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.
3. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: учебное пособие для студентов вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969.
4. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов. – 10-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 1998.
5. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – 10-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2004.
6. Горелова, Г.В. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel: учебное пособие для вузов (изд. 3-е, доп. и перераб.) / Г.В. Горелова, И.А. Кацко. – Ростов н/Д: Феникс, 2005.
7. Карасев, А.И. Курс высшей математики для экономических вузов / А.И. Карасев, З.М. Аксютин, Т.И. Савельева. – М.: Высшая школа, 1982. – Ч. 2.
8. Карасев, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов. – М.: Статистика, 1970.
9. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ ДАН А, 2004.
10. Сборник задач по математике для вузов. Ч. 3. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / под ред. А.В. Ефимова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.
11. Чудесенко, В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты): учебное пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 1999.

Учебное издание

Павлидис Виктория Дмитриевна,
Чкалова Марина Викторовна

**РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ
ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Подписано в печать 10.07.2013.
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 3,95. Печать оперативная.
Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Заказ № 6574. Тираж 100 экз.

Отпечатано в Издательском центре ОГАУ.
460795, г. Оренбург, ул. Челюскинцев, 18.
Тел. (3532) 77-61-43