

## Аппроксимация зависимости коэффициента использования энергии ветра от быстроходности ветротурбины ветроагрегатов сельскохозяйственного назначения

*В.Г. Петько, д.т.н., профессор, И.А. Рахимжанова, к.с.-х.н., В.А. Шахов, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Оренбургский ГАУ*

Ветер является одним из перспективных и доступных источников энергии. Преобразование энергии ве-

тра в механическую, а затем в электрическую осуществляется с помощью ветроагрегатов с вертикальной или горизонтальной осью вращения ветротурбины. В сельском хозяйстве чаще всего используются ветроагрегаты с горизонтальной осью вращения.

Эффективность ветроагрегата, определяемая в значительной степени эффективностью ветротурбины, будет тем выше, чем большая часть энергии ометаемого турбиной ветрового потока будет передана на её вал. Эта часть определяется, как известно, коэффициентом использования энергии ветра  $\xi$ , равного отношению мощности на валу к мощности ветрового потока:

$$\xi = M\omega / \rho S \frac{V^3}{2}, \quad (1)$$

где  $M$  – момент на валу ветротурбины, Нм;

$\omega$  – угловая скорость вала ветротурбины, с<sup>-1</sup>;

$\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;

$S$  – площадь поперечного сечения ометаемого ветрового потока, м<sup>2</sup>;

$V$  – скорость ветра, м/с.

**Материал и методы исследования.** На холостом ходу, когда момент сопротивления  $M_c$  вращению вала ветротурбины равен нулю, момент, развиваемый ветротурбиной, также равен нулю, а угловая скорость равна угловой скорости идеального холостого хода, или, иначе, синхронной угловой скорости:

$$\omega_c = \frac{V}{R} Z_c, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус ветротурбины, м;

$Z_c$  – синхронная быстроходность, показывающая, во сколько раз линейная скорость конца лопасти ветротурбины на холостом ходу  $V_{лс}$  больше скорости ветра ( $Z_c = V_{лс} / V = \omega_c R / V$ ).

Коэффициент использования энергии ветра на холостом ходу ветротурбины также равен нулю.

С увеличением нагрузки угловая скорость  $\omega$  ветротурбины уменьшается от  $\omega_c$  и в предельном случае до нуля, а её относительное значение ( $\omega^* = \omega / \omega_c$ ) – от 1 до 0. Соответственно быстроходность

$$Z = \frac{\omega R}{V} = \frac{\omega^* \omega_c R}{V} = \frac{\omega^* V}{R} Z_c R = \omega^* Z_c, \quad (3)$$

связанная, как видно по выражению (3), с относительной угловой скоростью для каждой конкретной

ветротурбины, однозначно также уменьшается от  $Z_c$  до нуля. Коэффициент использования энергии ветра при этом увеличивается, достигает максимального значения и далее, снижаясь, становится снова равным нулю при нулевой частоте вращения. Работа ветроагрегата будет происходить с наибольшей отдачей энергии в том случае, если регулировать нагрузку ветротурбины так, чтобы при любой скорости ветра она работала с угловой скоростью, соответствующей максимальному значению коэффициента использования энергии ветра [1]. Ранее предложено простое техническое устройство, реализующее данный принцип регулирования, наиболее приемлемое именно для ветроагрегатов малой и средней мощности, получивших наибольшее распространение в сельской местности [2].

Зависимость коэффициента использования энергии ветра от быстроходности, а следовательно, и от относительной угловой скорости для конкретной ветротурбины снимается экспериментально. Например, для трёхлопастной ветротурбины она имеет вид, представленный на рисунке 1 [3].

Однако представление по результатам эксперимента такой зависимости в графической или табличной форме существенно затрудняет её использование для анализа эффективности ветротурбины, работающей в различных режимах при изменяющихся скоростях ветра и при различной плотности распределения этих скоростей. Поэтому весьма целесообразно получить достаточно точное аналитическое выражение этой зависимости. Поскольку она имеет куполообразную форму, наиболее просто и точно это можно сделать, если предположить, что аппроксимируемая кривая данной зависимости, лежащая в пределах от нуля до  $Z_c$  ( $\omega^* = 1$ ), является положительным полупериодом несинусоидальной периодической функции, симметричной относительно начала координат. Полупериод лежит, в свою очередь, в пределах от 0 до 180° (от 0 до  $\pi$  радиан).

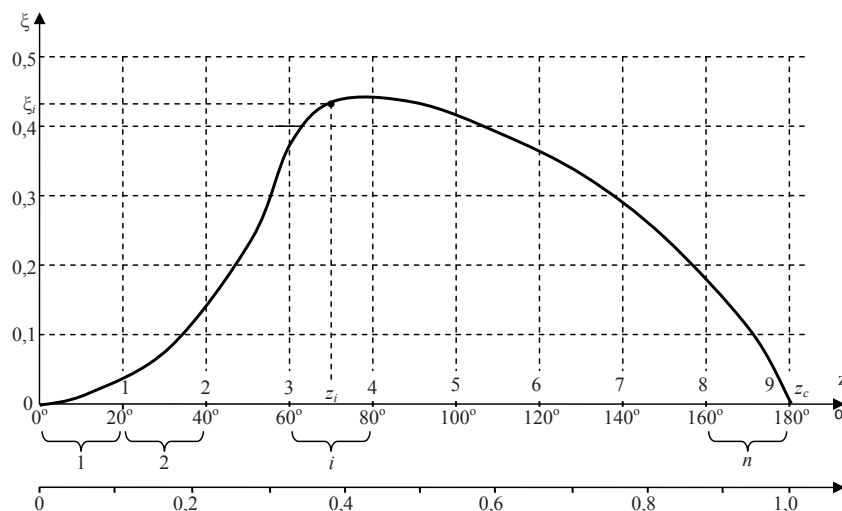


Рис. 1 – Зависимость коэффициента использования энергии ветра от быстроходности и относительной угловой скорости для трёхлопастной ветротурбины

Такая функция, как известно, может быть аппроксимирована рядом Фурье с равными нулю косинусоидами и постоянной составляющей [4]:

$$\xi(\alpha) = B_1 \sin \alpha + B_2 \sin 2\alpha + B_3 \sin 3\alpha + \dots + Bk \sin k\alpha + \dots \quad (4)$$

В данном случае  $\alpha = 180 Z / Z_c = 180\omega^*$ . При этом коэффициенты многочлена Фурье находятся по выражению [5]:

$$B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \xi(\alpha) \sin k\alpha \, d\alpha. \quad (5)$$

Интеграл, входящий в выражение, берётся приближённым графоаналитическим методом. С этой целью полупериод разбивается, как показано на рисунке 1, на  $n$  равных участков. По графику экспериментальной зависимости  $\xi_{\alpha} = f(z)$  определяется значение  $\xi_{zi}$ , соответствующее значению  $z_i$ , лежащему в середине  $i$ -го участка, а следовательно, и соответствующее значению  $\alpha_i$ , равному  $180z_i / n$  ( $z_i\pi/n$ ). Для каждого из  $i$ -х участков для  $k$ -той гармоники определяется значение функции  $b_{ki} = \xi_{zi} \sin k\alpha_i$ , стоящей под знаком интеграла, и далее амплитуда  $k$ -той гармоники:

$$B_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n b_{ki}. \quad (6)$$

**Результаты исследования.** Схема и результаты расчёта амплитуд гармоник для зависимости  $\xi_{\alpha} = f(z)$ , приведённой на рисунке 1, иллюстрируются таблицей.

Искомая аппроксимирующая зависимость  $\xi_{aki}$  формируется из  $k$  первых членов ряда Фурье (4) путём подстановки амплитуд этих гармоник, полученных в результате расчёта. При этом достаточное количество членов ряда диктуется необходимой точностью аппроксимации. Она может быть оценена средней ошибкой аппроксимации в узловых точках, выраженной в процентах от максимальной величины  $\xi_{\alpha\max}$ :

$$\delta_k \% = \left( \sum_{i=1}^n \frac{|\xi_{zi} - \xi_{aki}|}{\xi_{\alpha\max}} \right) \frac{100\%}{n}. \quad (7)$$

В последней строке таблицы приведены результаты расчёта ошибки по приведённой формуле. Так, при аппроксимации исходной функции тремя членами ряда Фурье, средняя ошибка  $\delta_3\% = 5,58\%$ , а при аппроксимации семью членами она снижается уже до  $0,7\%$ .

Степень совпадения кривых аппроксимируемой зависимости  $\xi(z)$  и аппроксимирующих зависимостей, представленных тремя  $\xi_{a3}(z)$  и семью  $\xi_{a7}(z)$  членами ряда Фурье, наглядно просматривается на графике (рис. 2). Если кривая  $\xi_{a3}(z)$  даёт заметное расхождение с кривой  $\xi(z)$ , то кривая  $\xi_{a7}(z)$  почти полностью её покрывает. Значения этой аналитической зависимости ( $\xi_{a7i} = f(z_i)$ ) в узловых точках приведены в последнем столбце таблицы.

Угол  $\alpha = 180\omega^* = 180\omega/\omega_c = 180\omega R / (Vz_c)$ . Заменяв его в выражении (4) аппроксимирующей зависимостью этим значением, получим зависимость коэффициента использования энергии ветра от двух независимых переменных, полностью характеризующих режим работы ветротурбины: угловой скорости вала ветротурбины и скорости ветра ( $\xi = f(\omega, V)$ ).

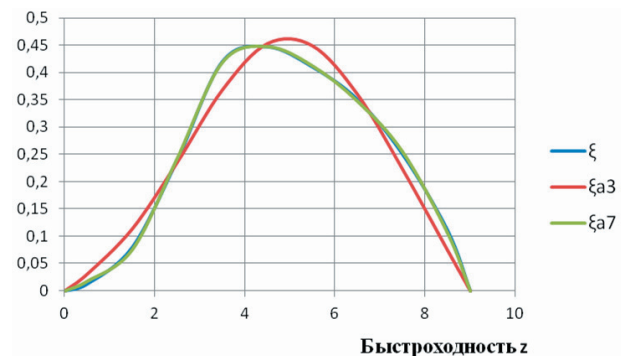


Рис. 2 – Графики аппроксимируемой  $\xi(z)$  и аппроксимирующих  $\xi_{a3}(z)$  и  $\xi_{a7}(z)$  зависимостей

Схема и результаты расчёта амплитуд гармоник

| $k =$                                     |       |              |                   |            | 1                                  | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | $\xi_{a7i}$ |
|---|-------|--------------|-------------------|------------|------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------|
| $i$                                       | $z_i$ | $\omega_i^*$ | $\alpha_i$ , град | $\xi_{zi}$ | $b_{ki} = \xi_{zi} \sin k\alpha_i$ |                          |                          |                          |                          |                          |                          |             |
|   |       |              |                   |            | $b_{1i}$<br>$\times 100$           | $b_{2i}$<br>$\times 100$ | $b_{3i}$<br>$\times 100$ | $b_{4i}$<br>$\times 100$ | $b_{5i}$<br>$\times 100$ | $b_{6i}$<br>$\times 100$ | $b_{7i}$<br>$\times 100$ |             |
| 1   | 0,5   | 0,055        | 10                | 0,013      | 0,226                              | 0,445                    | 0,65                     | 0,84                     | 0,995                    | 1,13                     | 1,22                     | 0,018       |
| 2   | 1,5   | 0,167        | 30                | 0,08       | 4,0                                | 6,93                     | 8,0                      | 6,93                     | 4,0                      | 0                        | -4,0                     | 0,076       |
| 3   | 2,5   | 0,278        | 50                | 0,24       | 18,4                               | 23,64                    | 12,0                     | -8,21                    | -22,6                    | -20,8                    | -4,17                    | 0,243       |
| 4   | 3,5   | 0,389        | 70                | 0,42       | 39,5                               | 27,0                     | -21,0                    | -41,4                    | -7,29                    | 36,4                     | 32,17                    | 0,418       |
| 5   | 4,5   | 0,500        | 90                | 0,447      | 44,7                               | 0                        | -44,7                    | 0                        | 44,7                     | 0                        | -44,7                    | 0,447       |
| 6   | 5,5   | 0,611        | 110               | 0,41       | 38,5                               | -26,4                    | -20,5                    | 40,4                     | -7,12                    | -35,5                    | 31,4                     | 0,412       |
| 7   | 6,5   | 0,722        | 130               | 0,35       | 26,8                               | -34,5                    | 17,5                     | 12,0                     | -32,9                    | 30,3                     | -6,08                    | 0,347       |
| 8   | 7,5   | 0,833        | 150               | 0,25       | 12,5                               | -21,7                    | 25,0                     | -21,7                    | 12,5                     | 0                        | -12,5                    | 0,254       |
| $n$                                       | 8,5   | 0,944        | 170               | 0,11       | 1,91                               | -3,76                    | 5,5                      | -7,07                    | 8,43                     | -9,53                    | 10,34                    | 0,105       |
| $B_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n b_{ki} =$ |       |              |                   |            | 0,414                              | -0,0627                  | -0,039                   | -0,040                   | 0,0017                   | 0,00443                  | 0,00821                  | ↑           |
| $\delta_k \% =$                           |       |              |                   |            | 11,37                              | 7,57                     | 5,58                     | 1,46                     | 1,45                     | 1,26                     | 0,70                     | ↗           |

**Выводы.** Пользуясь полученной по изложенной методике аналитической зависимостью, можно определить как вручную, так и с помощью программ, реализуемых на компьютере, момент и мощность на валу ветротурбины, а также энергию, переданную на генератор за определённый промежуток времени при различных скоростях ветра. Это в свою очередь позволит установить закономерности изменения этих величин в переходных режимах работы ветроагрегатов, оценить влияние на уровень напряжения и тока в сельскохозяйственной электрической сети при работе на эту сеть генератора ветроагрегата.

## Литература

1. Петько В.Г. Оптимизация степени загрузки ветроагрегата при различных скоростях ветра / В.Г. Петько, И.А. Рахимжанова, В.В. Пугачёв, А.С. Петров // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2014. № 4 (48). С. 76–79.
2. Патент 2454565 Российская Федерация, Ветроэлектрический агрегат / В.Г. Петько, Н.А. Маловский, А.А. Митрофанов, А.В. Красников; Заяв. и патентообладатель ФГБОУ ВПО ОГАУ, опубл. 27.06.2012. 2 с.: ил.
3. Фатеев Е.М. Ветро двигатели и ветроустановки. М., 1948. С. 163.
4. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. Изд. 9-е, исправл. М.-Л., 1965. С. 541–542.
5. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа для втузов. Изд. 4-е, перераб. и дополн. М., 1966. С. 706, 720–723.