Динамические характеристики стебля подсолнечника

***А.С. Старцев**, к.т.н., ФГБОУ ВО Саратовский ГАУ*

Техническими условиями на уборку подсолнечника зерноуборочными комбайнами предусмотрено, что потери семян за жаткой при уборке не должны превышать 2,5% от фактической урожайности [1]. Однако не все жатки и приспособления для уборки подсолнечника обеспечивают данное условие. Это можно объяснить многими факторами, среди которых – использование жаток, не предназначенных для уборки подсолнечника, несовершенство конструкции приспособлений, не учитывающих частные особенности уборки, недостаточно точная регулировка элементов жатки или адаптера.

С увеличением ускорения движения комбайна происходит ударное воздействие на стебли подсолнечника, что приводит к вымолачиванию семянок рабочими органами мотовила жатки [2].

Рядом проводимых исследований по взаимодействию рабочих органов лопастного и трубного мотовила со стеблестоем подсолнечника было установлено, что на осыпаемость семянок значительное влияние оказывает ускорение движения стебля подсолнечника при уборке, которое можно соотнести с ускорением движения комбайна [3]. С целью снижения потерь семянок подсолнечника за счёт вымолачивания целесообразно переоборудование жаток для уборки зерновых культур на приспособления, конструкция которых позволит уменьшить потери убираемой культуры [4]. Техническим решением, обеспечивающим снижение потерь семянок подсолнечника до 0,63% от биологической урожайности, является оснащение жатки шнеком-мотовилом (рис. 1).

С целью теоретического определения ускорения движения стебля при его захвате шнеком-мотовилом необходимо математически определить динамические характеристики стебля подсолнечника. К динамическим характеристикам стебля подсолнечника относятся: масса, координаты центра масс и момент инерции стебля.

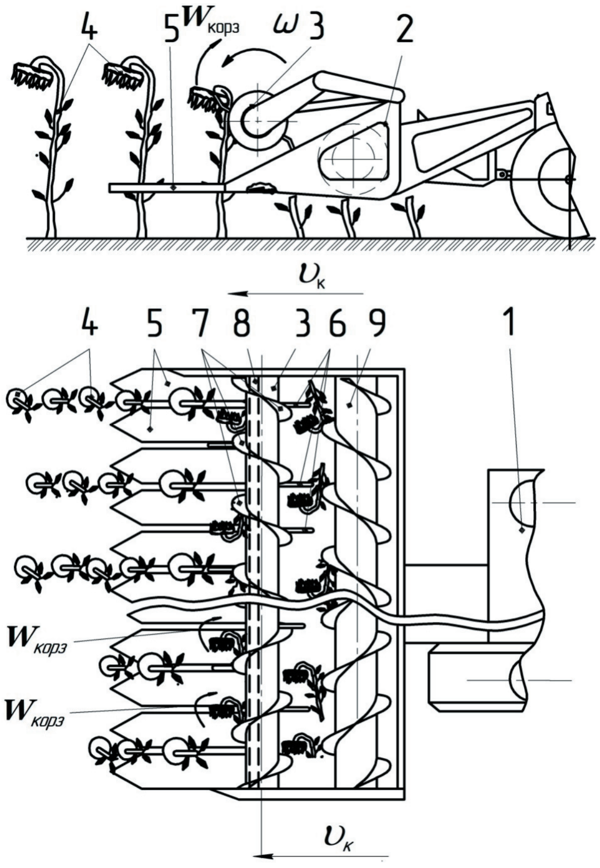

Рис. 1 – Технологическая схема работы шнека-мотовила:
1 – зерноуборочный комбайн; 2 – стеблестой подсолнечника; 3 – жатка, оснащённая шнеком-мотовилом; 4 – шнек-мотовило; 5 – шнек жатки; 6 – режущий аппарат; 7 – отсекатели; 8 – стеблеподъёмники; $W_{корз}$ – ускорение движения корзинки; $\upsilon_к$ – линейная скорость движения комбайна

Для создания геометрической модели стебля разобьём его на три участка (рис. 2): прямой участок стебля *OA*; изогнутый участок *AB*; корзинка *B*.

Участок *OA* (*I*) будет представлять собой конус постоянной плотности [5].

Объём усечённого конуса рассчитываем по формуле:

$$V = \frac{1}{3}\pi l_1 (R_1^2 + R_1R_2 + R_2), \tag{1}$$

где l_i – длина прямолинейного участка стебля *OA*, м;

R_1 – радиус основания усечённого конуса, м;

R_2 – радиус сечения конуса, м.

Для определения объёма цилиндра, вписанного в конус, используем формулу:

$$V_1 = \pi R_2^2 l_1. \tag{2}$$

Координаты центра масс равны:

$$x_{0C_1} = 0;$$
$$y_{0C_1} = 0; \tag{3}$$
$$z_{0C_1} = \frac{l_1}{4} \cdot \frac{R_1^2 + 2R_1R_2 + 3R_2^2}{R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2}.$$

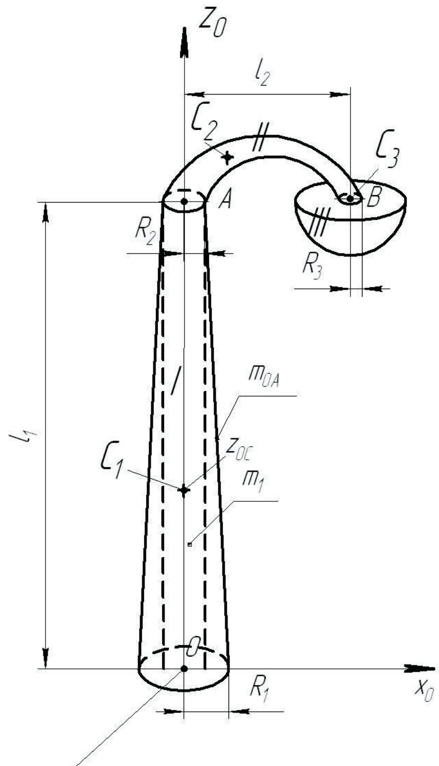

Рис. 2 – Геометрическая схема стебля подсолнечника:
C_1, C_2, C_3 – центры тяжести участков стебля I, II и III соответственно

Для определения моментов инерции составим уравнение данной конической поверхности:

$$x^2 + y^2 = (R_1 - \frac{R_1 - R_2}{l_1} z)^2. \quad (4)$$

Момент инерции относительно координат плоскостей рассчитываем как [2]:

$$I_{xy_1} = \frac{m}{V} \iiint\limits_V z^2 dxdydz. \quad (5)$$

Момент инерции прямоугольного участка стебля *OA* относительно осей O_{xy}, выразим выражением:

$$I_{zy_1} = I_{XY_{1цил}} + \frac{m_1'}{3V_0} \int_0^{2\pi} d\phi \left. \left(\begin{aligned} &\frac{P_1^3 r^2}{2} - P_1^2 P_2 r^3 + \\ &+ \frac{3}{4} P_1 P_2 r^4 - \frac{P_2^3 r^5}{5} \end{aligned} \right)^5 \right|_{R_2}^{R_1}, \quad (6)$$

где $P_1 = \dfrac{l_1 R_1}{R_1 - R_2}$; $P_2 = \dfrac{l_1}{R_1 - R_2}$.

Так как $I_{xy_{1цил}} = \dfrac{1}{12} m_1 l_1^2$, получим:

$$I_{xy_1} = \frac{1}{12} m_1 l_1^2 + \frac{2\pi m'_1}{2V_2}$$

$$\left[\left(\begin{aligned} &\frac{P_1^3}{2} (R_1 - R_2)^2 - P_1^2 P_2 (R_1 - R_2)^3 + \\ &+ \frac{3}{4} P_1 P_2 (R_1 - R_2)^4 - \frac{1}{5} P_2^3 (R_1 - R_2)^5 \end{aligned} \right) \right], \quad (7)$$

где $V_2 = V - V_1$.

Массу участка стебля *OA* определим как сумму двух масс усечённого конуса:

$$m_1 + m_1' = m_{OA},$$

где

$$\begin{aligned} m_1' &= m_{OA} - m_1 = m_{OA} \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right) = \\ &= m_{OA} \left(1 - \frac{3R_2^2}{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2} \right) = \\ &= \frac{R_1^2 + R_1 R_2 - 2R_2^2}{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Выразим массу участка стебля *OA* как:

$$m_1 = \frac{V_1}{V} m_{OA} = \frac{3R_2^2 m_{OA}}{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}. \quad (9)$$

Определим момент инерции прямоугольного участка *OA* относительно осей *Oxz* с помощью уравнения:

$$\begin{aligned} I_{yz_1} &= I_{yz_{1цил}} + \frac{m_1'}{V_2} \iiint x^2 dxdydz = \\ &= I_{xz_{1wbk}} + \frac{m_1'}{V_2} \int_0^{3\pi} r^2 \cos^2 \phi d\phi \int_{R_1}^{R_3} r^3 dr \int_0^{P_1 - P_2 r} dz, \end{aligned} \quad (10)$$

где $I_{xz_{1цил}} = \dfrac{1}{4} m_1 R_2^2$, кг/м².

Таким образом, получим:

$$I_{xz_1} = \frac{1}{4} m_1 R_2^2 +$$

$$\frac{\pi m_1 (R_1 - R_2)^4 \left[\left(P_1 - P_2 (R_1 - R_2) \right) \right]}{20 V_2}. \quad (11)$$

Моменты инерции I_x, I_y, I_z относительно координатных плоскостей определили по формулам:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_{xy_1} + I_{xz_1}; \\ I_{y_1} &= I_{xy_1} + I_{yz_1}; \\ I_{z_1} &= I_{xz_1} + I_{yz_1}. \end{aligned} \quad (12)$$

В силу симметрии усечённого конуса относительно оси *z* имеем:

$$I_{xz_1} = I_{yz_1}; \quad (13)$$

$$I_{x_1} = I_{y_1} = I_{xy_1} = I_{xz_1};$$

$$I_{z_1} = \frac{3m_1}{10} \cdot \frac{R_1^5 - R_2^5}{R_1^2 - R_2^2}.$$

Переход от Декартовых координат к полярным рассчитывается как [2]:

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cos \phi; \\ y_1 &= 0; \\ z_1 &= r \sin \phi. \end{aligned} \quad (14)$$

Заменим объёмную фигуру *AB* дугой окружности с переменной линейной плотностью $\gamma(\varphi)$ (рис. 3):

$$\gamma(\phi) = kR^2, \quad (15)$$

где k – коэффициент пропорциональности;

R – радиус сечения участка *AB*, м.

Запишем уравнение окружности:

$$\begin{aligned} r &= \frac{l_2}{2}; \\ r' &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Заменим R_2 – обозначение радиуса распрямлённого участка стебля *AB* на R_3 (рис. 4).

Текущий радиус дугообразного участка рассчитаем по формуле:

$$R = R_2 - \frac{R_3 - R_2}{\pi} \phi. \quad (17)$$

Введём промежуточный коэффициент λ_1:

$$\lambda_1 = \frac{R_3 - R_2}{\pi}. \quad (18)$$

Тогда:

$$\gamma(\phi) = k (R_2 - \lambda_1 \phi)^2;$$

$$\gamma(\phi) = k \left(R_2 - 2R_2 \lambda_1 \phi + \lambda_1^2 \phi^2 \right). \quad (19)$$

Массу материальной кривой m_2 дугообразного участка *AB* переменной плотности [1] определим по формуле:

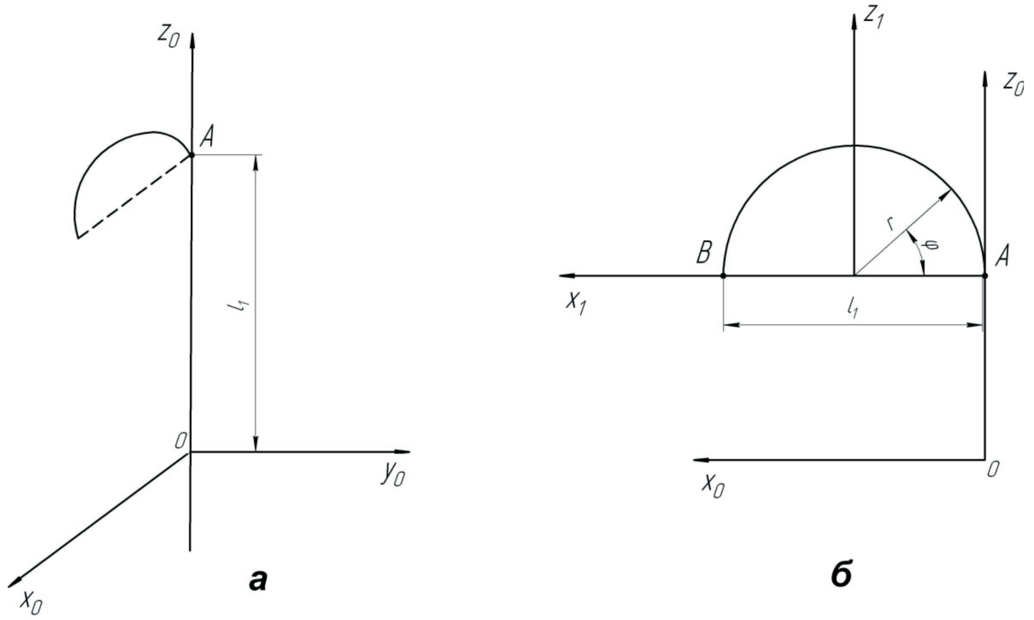

Рис. 3 – Геометрия дугообразного участка стебля АВ (шейка стебля)

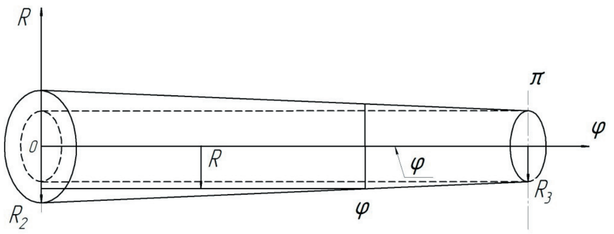

Рис. 4 – Геометрия участка АВ

$$m_2 = \int\limits_{AB} \gamma\left(r,\phi\right)\sqrt{r^2+\left(r'\right)^2}\,d\phi. \qquad (20)$$

Переходя к определённому интегралу, получим [2]:

$$m_2 = \frac{kl_2\pi}{2}\left(R_2^2 - R_2\lambda_1\pi + \frac{1}{3}\lambda_1^2\pi^2\right). \qquad (21)$$

Для упрощения расчётов введём обозначение:

$$k = \frac{2m_2}{l_2\pi\left(R_2^2 - R_2^2\lambda_1\pi + \frac{1}{3}\lambda_1^2\pi^2\right)}. \qquad (22)$$

Найдем координаты центра масс дугообразного участка AB ($x_{0C_2}, y_{0C_2}, z_{0C_2}$).

Перейдём к полярной системе координат. Методом интегрирования получим моменты инерции дугообразного участка стебля AB относительно осей координат [2]:

$$x_{OC_2} = x_{1C} + \frac{l_2}{2} = \frac{kl_2^2\lambda}{m_2^2}\left(R_2 - \lambda_1\right) + \frac{l_2}{2};$$
$$y_{OC_2} = y_{1C} = 0;$$
$$z_{OC_2} = z_{1C} + l_1 = \frac{kl_2^2}{4m_2} \qquad (23)$$
$$\left[2R_2^2 - 4\pi R_2\lambda + 2\lambda_1^2\left(\pi - 1\right)\right] + l_1.$$

Определим моменты инерции относительно осей системы координат x_0, y_0, z_0 согласно теореме Штейнера [4]:

$$I_{x_{O2}} = I_{x_2} + m_2\frac{l_2^2}{4};$$
$$I_{y_{O2}} = I_{y_{2_2}}; \qquad (24)$$
$$I_{z_{O2}} = I_{z_{2_2}} + m_2 l_2^2.$$

Для определения моментов инерции корзинки представим её в виде полусферы радиусом R_3 (рис. 5). Причём уравнение окружности основания корзинки будет иметь вид: $y = \sqrt{R_3^2 - x^2}$, дуги её сферы: $z = \sqrt{R_3^2 - x^2 - y^2}$.

Рассчитаем моменты инерции корзинки B:

$$I_{x_3} = I_{xy_3} + I_{xz_3} = m_3\left(z^2 + y^2\right);$$
$$I_{y_3} = I_{yz_3} + I_{xy_3} = m_3\left(x^2 + z^2\right). \qquad (25)$$

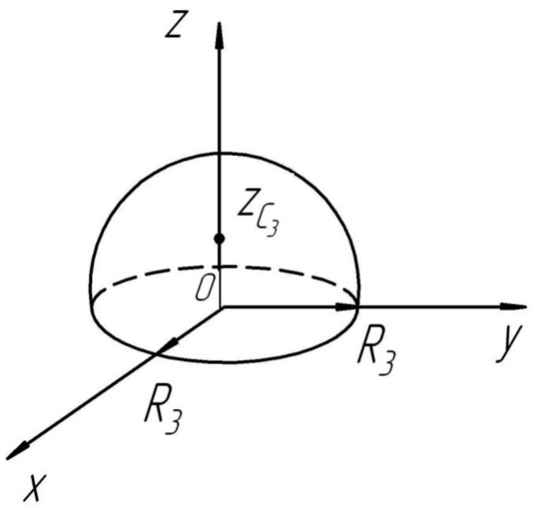

Рис. 5 – Геометрия корзинки B

Вычислим координаты центра масс корзинки:

$$x_3 = l_1 \cos\alpha;$$
$$y_3 = l_1 \cos\beta; \qquad (26)$$
$$z_3 = l_1 \cos\gamma.$$

В итоге математических преобразований получаем суммарные моменты инерции стебля:

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3};$$
$$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} + I_{y_3}; \qquad (27)$$
$$I_z = I_{z_1} + I_{z_2} + I_{z_3}.$$

Литература

1. Старцев А.С., Куньшин А.А. Технические условия на уборку подсолнечника зерноуборочным комбайном // Фундаментальные и прикладные исследования в высшей аграрной школе: сб. статей. Саратов, 2014. С. 36–39.
2. Старцев А.С., Попов М.Ю. Теоретическая зависимость потерь семянок подсолнечника от скорости движения комбайна, оснащённого шнеком-мотовилом // Аграрная наука. 2012. № 2. С. 31–32.
3. Константинов М.М., Кондрашов А.Н., Глушков И.Н. Методика расчёта и обоснования параметров ленточного транспортёра порционной жатки // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2012. № 2 (34). С. 65–69.
4. Труфляк Е.В. Переоборудование кукурузоуборочной жатки для очистки початков от оберточных листьев // Тракторы и сельхозмашины. 2009. № 4. С. 25–28.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1981. 723 с.