

Построение математических моделей для расчётов теплового режима агрегатов трансмиссий

О.Л. Маломыжев, к.т.н., ФГБОУ ВО Иркутский НИТУ;
С.Н. Шуханов, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Иркутский ГАУ

Современные сельскохозяйственные машины и трактора с целью повышения их производительности и экономической эффективности снабжаются силовыми агрегатами высокой мощности. Такая тенденция приводит к существенному нагружению агрегатов трансмиссии. В итоге при проектировании агрегатов трансмиссий тракторов требуется наряду с прочностными расчётами проводить комплекс расчётно-конструкторских и экспериментальных работ по обеспечению эксплуатационных температур деталей и агрегатов в пределах, определяемых требованиями эксплуатационной надёжности и безопасности [1–3]. Для выполнения расчётных работ по обеспечению эксплуатационных температур деталей необходимо разрабатывать и создавать математические модели их функционирования.

Материал и методы исследования. Для построения математических моделей теплового режима следует использовать уравнение теплопереноса, которое получают из уравнения переноса субстанции, подставляя в него величину полной энергии. Оно записывается в виде уравнения теплопроводности:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T) + q, \quad (1)$$

где c , ρ – удельная теплоёмкость и плотность вещества;

λ , q – коэффициент теплопроводности и плотность источников (стоков) энергии в рассматриваемой среде.

Для однозначного решения уравнения (1) ставятся начальные и граничные условия в виде:

$T(0, V) = T(V)$ – распределение температуры по объёму V в начальный момент времени ($t = 0$);

$T(t, s) = A(t, s)$ – распределение температуры по границе объекта (s) в течение времени (t) теплового процесса (граничные условия I рода);

$$\frac{\partial T(t, s)}{\partial n} = B(t, s) \quad (2)$$

– распределение производной от температуры по нормали к границе объекта (s) в течение времени (t) теплового процесса (граничное условие II рода);

– соотношение между тепловым потоком из объекта к его границе и от границы в окружающую среду (граничное условие III рода).

Выражения для величин тепловых потоков описываются законами теплообмена:

$q = -\lambda \cdot \operatorname{grad} T$ – закон Фурье для теплообмена теплопроводностью;

$q = \alpha \cdot [T(s) - T_0]$ – закон Ньютона для теплообмена конвекцией;

$q = \varepsilon \cdot \sigma_0 [T^4(s) - T_0^4]$ – закон Стефана – Больцмана для теплообмена излучением, где α – коэффициент теплоотдачи на поверхности границы; ε – степень черноты граничной поверхности; σ_0 – постоянная Стефана – Больцмана; T_0 – температура окружающей среды.

В зависимости от характера процессов теплообмена на границе объекта граничное условие III рода может быть записано в виде соотношения:

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T(t, s)}{\partial n} = \alpha \cdot [T(t, s) - T_0]. \quad (3)$$

Для контакта двух тел записывается граничное условие IV рода в виде:

$$T_1(s, t) = T_2(s, t); \quad (4)$$

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1(s, t)}{\partial n} = \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2(s, t)}{\partial n}. \quad (5)$$

Уравнение (1) используется для расчёта температурного режима деталей. Решение может быть произведено как численными, так и аналитическими методами.

Температура детали (точечная оценка) определяется по её температурному полю путём интегрирования решения уравнения (1):

$$T = \frac{1}{C_f} \cdot \int_{(V)} \rho \cdot c \cdot T(V) \cdot \partial V, \quad (6)$$

где C_f – полная теплоёмкость детали.

При расчёте теплового режима агрегатов (узлов) использование уравнения (1) затруднено вследствие быстрого роста объёма исходной информации и увеличения погрешности машинного счёта. В этом случае температурное поле агрегата рассматривается состоящим из температур деталей, определяемых по зависимости (6). Уравнение (1), проинтегрированное по всему объёму (V) детали, преобразуется в уравнение для точечной оценки температуры детали. При этом член $\operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T)$ в соответствии с законами теплообмена преобразуется к виду:

а) при теплообмене теплопроводностью между деталями i, j :

$$\int_{(V)} \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T) \cdot \partial V = -\lambda_{e, i, j} \cdot (T_i - T_j), \quad (7)$$

где $\lambda_{e, i, j}$ – коэффициент интенсивности теплообмена теплопроводностью. Он определяется экспериментально или оценивается по зависимости: для линейной задачи:

$$\lambda_{e, i, j} = \frac{\lambda_i \cdot \lambda_j \cdot F}{\lambda_j \cdot \Delta x_i + \lambda_i \cdot \Delta x_j}; \quad (8)$$

для плоской задачи:

$$\lambda_{e,i,j} = \lambda_i \cdot \lambda_j \cdot \left(\frac{F_y}{\lambda_j \cdot \Delta x_i + \lambda_i \cdot \Delta x_j} + \frac{F_x}{\lambda_j \cdot \Delta y_i + \lambda_i \cdot \Delta y_j} \right); \quad (9)$$

для объёмной задачи:

$$\lambda_{e,i,j} = \lambda_i \cdot \lambda_j \cdot \left(\frac{F_{yz}}{\lambda_j \cdot \Delta x_i + \lambda_i \cdot \Delta x_j} + \frac{F_{zx}}{\lambda_j \cdot \Delta y_i + \lambda_i \cdot \Delta y_j} + \frac{F_{xy}}{\lambda_j \cdot \Delta z_i + \lambda_i \cdot \Delta z_j} \right); \quad (10)$$

где λ_i ; λ_j – коэффициенты теплопроводности деталей i и j ;

F_x ; F_y ; F_z ; F_{xy} ; F_{xz} ; F_{yz} – проекции площадей контакта;

Δx ; Δy ; Δz , – расстояния от геометрических центров деталей до границ контакта;

б) при теплообмене конвекцией между деталью i и средой j :

$$\int_{(V)} \text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) \partial V = -\alpha_{e,i,j} \cdot (T_i - T_j), \quad (11)$$

где $\alpha_{e,i,j}$ – коэффициент интенсивности конвективного теплообмена между деталью i и средой j .

Величину $\alpha_{e,i,j}$ – можно оценить через произведение коэффициента теплоотдачи (α_i) с наружной поверхности детали i на площадь этой поверхности (F_i), находящуюся в состоянии конвективного теплообмена со средой j , или экспериментально.

$$c_i \cdot \frac{dT_i}{dt} = Q_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{e,i,j} \cdot (T_i - T_j) - \sum_{j=1}^n \alpha_{e,i,j} \cdot (T_i - T_j), \quad (12)$$

где C_i – эффективная теплоёмкость детали i .

В уравнении (12) параметры являются не теплофизическими характеристиками: удельной теплоёмкостью (c), коэффициентом теплоотдачи (α), коэффициентом теплопроводности (λ) и степенью черноты (ϵ), приводящимися в справочниках для линейных потоков, а их эффективными значениями, зависящими от неравномерности температурного поля деталей. В частности, в качестве эффективной теплоёмкости детали принимают количество тепла, необходимое для изменения её температуры в контрольной точке её измерения на один градус при заданных условиях нагрева или охлаждения. Это определение не предполагает выравнивания температур в объёме рассматриваемой детали.

Детали агрегатов, как правило, работают в масле, которое может подводиться к ним под давлением (принудительная смазка), попадать путём разбрызгивания (смазка окунанием) или

комбинированно. Различие имеет принципиальное значение с точки зрения описания теплового состояния масла и деталей.

При смазке окунанием, в результате интенсивного перемешивания масла внутри картера, его температура по объёму выравнивается. В этом случае для описания теплового состояния масла используется уравнение (12).

При принудительной смазке масло проходит по каналам, выполненным в деталях агрегата. Его тепловое состояние описывается уравнением теплопроводности для движущейся среды:

$$c \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \cdot \text{grad}T \right) = \text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) + q, \quad (13)$$

где \bar{V} – вектор скорости движения среды.

Используя представление о стержневом течении жидкости в канале и принимая за сосредоточенную оценку температуры масла, в соответствии с выражением (6), среднее арифметическое температур входа и выхода, правую часть уравнения (13) можно подвергнуть преобразованию (11).

Для левой части запишем:

$$\int_{(V)} \rho \cdot c \cdot V \cdot \text{grad}T \partial V = -g_e \cdot (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}), \quad (14)$$

где g_e – коэффициент интенсивности переноса тепла масляным потоком;

$T_{\text{вых}}$, $T_{\text{вх}}$ – температуры масла на выходе из канала и на входе в канал.

Величину g_e можно оценить через произведение ($\rho \cdot c \cdot g$), где ρ – плотность масла; g – объёмный расход масла в канале; c – удельная теплоёмкость масла.

Уравнение для температуры масла в канале i запишется:

$$c_i \cdot \frac{dT}{dt} + g_{e,i} \cdot (T_{\text{вых},i} - T_{\text{вх},i}) = Q_i - \alpha_{e,i} \cdot (T_i - T_{0,i}), \quad (15)$$

где $T_{0,i}$ – температура масла детали i , по каналу в которой проходит поток масла.

Каналы отдельных деталей агрегата образуют его масляный тракт, что требует наложения дополнительных условий связи к уравнениям типа (15), которые имеют вид:

$$T_{\text{вых},i} = T_{\text{вх},i+1} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n (g_e \cdot T)_i = 0 \quad (16)$$

для точек ветвления каналов.

Большие трудности возникают при моделировании температурного поля картера агрегата. В то же время его конструкция и условия теплообмена в значительной мере влияют на тепловое состояние деталей. Подавляющая часть внутренней поверхности картера агрегата взаимодействует только с маслом. Это позволяет рассматривать картер как термическое сопротивление при теплообмене масла с окружающей средой. Величина теплового потока от масла в окружающую среду берётся в виде:

$$Q = K_e \cdot (T_0 - T_e), \quad (17)$$

где K_e – коэффициент интенсивности собственного теплорассеивания агрегата. При этом эффективная теплоёмкость масла включает в себя теплоёмкость картера агрегата.

Процесс собственного теплорассеивания состоит из передачи тепла от масла к стенкам картера, теплопроводности в материале картера и контактирующих с ним деталей корпуса и рассеивания тепла в окружающую среду с наружных поверхностей картера и контактирующих с ним деталей.

K_e определяется путём суммирования $K_{e,i}$ отдельных элементов картера. Для определения $K_{e,i}$ проводится решение уравнения теплопроводности (1) с граничными условиями III рода. Величина теплового потока определяется по закону Фурье.

Сравнив тепловые потоки, полученные с использованием закона Фурье, и выражения (12), определим коэффициент интенсивности собственного теплорассеивания ($K_{e,i}$) на рассматриваемом участке картера:

$$K_{e,i} = -\frac{1}{(T_0 - T_e)} \cdot \int \lambda \cdot \text{grad}T \cdot \bar{d}s = -\frac{1}{(T_0 - T_e)} \int \lambda \cdot \text{grad}T \cdot \bar{\delta}n \cdot ds, \quad (18)$$

где $\bar{\delta}n$ – единичный вектор, нормальный к поверхности S , через которую происходит теплообмен.

Величина $K_{e,i}$ является интегральной характеристикой теплообмена агрегата с окружающей средой и включает в себя всю совокупность внутренних и внешних факторов, влияющих на процесс теплопередачи. Она может быть рассчитана или достаточно просто определена экспериментально. Значения $K_{e,i}$ рассчитываются по следующим зависимостям:

$$K_{e1,1} = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda} \right)^{-1} \cdot F = K_{1,1} \cdot F, \quad (19)$$

где $\alpha_1; \alpha_2$ – коэффициенты теплоотдачи масло – стенка картера и стенка картера – окружающая среда;

δ, λ – толщина и коэффициент теплопроводности плоского участка;

F – площадь плоского участка картера.

$$K_{e1,2} = \phi \cdot l \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1 \cdot r_{вн}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot r_n} + \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_n}{r_{вн}} \right) = \phi \cdot l \cdot K_{1,2}, \quad (20)$$

где $r_n; r_{вн}$ – наружный и внутренний радиусы цилиндрического участка;

$\phi; l$ – длина дуги (рад.) и образующая цилиндрического участка. Для полного цилиндра $\phi = 2\pi$.

Для картеров, поверхность которых образована вращением кривой вокруг какой-либо оси (на-

пример, бортовых редукторов), можно получить выражение $K_{e1,2}$ путём разбиения их на элементарные цилиндрические участки и последующим суммированием $K_{e1,2,i}$ по выражению (20). Непосредственно $K_{e1,2}$ для таких картеров получается путём интегрирования:

$$K_{e1,2} = \phi \cdot \int_0^l \frac{\sqrt{1 + [dr(x)/dx]^2} \cdot dx}{\alpha_1 \cdot r(x) + \frac{1}{\lambda} \cdot \left(1 + \frac{\delta(x)}{r(x)} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot [r(x) + \delta(x)]}}, \quad (21)$$

где $r(x); \delta(x)$ – текущие радиус образующей и толщина картера.

Результаты исследования. На основе анализа уравнения теплопереноса (1), с учётом специфики теплообмена агрегатов трансмиссии с окружающей средой были получены основные обобщающие зависимости, описывающие тепловые режимы агрегатов трансмиссий, учитывающие отвод тепла маслом, движущимся по каналам системы смазки, и отвод тепла от деталей через картер агрегата и контактирующие с ним детали в окружающую среду:

$$\begin{cases} c_i \cdot \frac{dT}{dt} + g_{e,i} \cdot (T_{\text{вых},i} - T_{\text{вх},i}) = Q_i - \alpha_{e,i} \cdot (T_i - T_{0,i}) \\ \sum_{i=1}^n (g_e \cdot T)_i = 0 \\ Q = K_e \cdot (T_0 - T_e) \end{cases} \quad (22)$$

Для применения системы уравнений (22) к конкретной трансмиссии следует определить значения тепловыделений в деталях трансмиссий, а также учесть специфику условий теплообмена, используя уравнения (18), (19), (20), (21).

Вывод. На основе приведённых выражений (18–21) можно построить модели для расчёта тепловых режимов отдельных агрегатов трансмиссий тракторов и сельскохозяйственных машин, а также их трансмиссии в целом. Используя полученные модели, удастся на стадии проектирования или выполнения конструкторско-доводочных работ определить значения температур деталей агрегатов трансмиссий и при необходимости внести изменения в конструкцию трансмиссий для снижения температур.

Литература

1. Скутельник В.В., Маломыжев О.Л., Фадеев Д.С. Влияние температурного режима масла на износ элементов трансмиссии транспортных машин // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2013. № 11 (82). С. 220–223.
2. Скутельник В.В., Маломыжев О.Л. Исследование влияния повышенных температур на теплофизические свойства сталей, используемых в трансмиссиях транспортных машин // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2011. № 12 (59). С. 173–176.
3. Баранов А.В., Маломыжев О.Л. Описание окислительных реакций на поверхностях трения // Расчёт, диагностика и повышение надёжности элементов машин: межвуз. сб. науч. трудов / ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова». Барнаул, 2014. С. 42–47.