

# Математическая модель измельчения зернового сырья в дробилках центробежного типа

В.П. Попов, к.т.н., ФГБОУ ВО Оренбургский ГУ

В современных условиях потребления зерна нормированный его расход при кормлении сельскохозяйственных животных, а также повышение качества кормовых смесей и снижение производственных затрат имеют большую актуальность. В решении поставленной задачи важную роль играет процесс дробления всех ингредиентов, входящих в кормовую смесь [1].

Измельчение является самой распространённой операцией и неотъемлемой частью технологического процесса подготовки зерновых кормов к кормлению сельскохозяйственных животных. Вместе с тем это одна из наиболее энергоёмких операций. Установлено, что на измельчение (дробление или помол) ежегодно тратится не менее 5% всей производимой в мире энергии. Такая большая доля в общем энергетическом балансе подчёркивает место и важность использования процессов дробления в жизнедеятельности человека [2].

Ударно-истирающие воздействия на измельчаемый продукт являются механическими. Сам процесс измельчения данного вида необходимо рассматривать как воздействие рабочего органа на перерабатываемый материал посредством механических сил. При механическом измельчении часть энергии идёт непосредственно на сам процесс, а часть – на потери в окружающую среду. Эффективное проведение процесса ударно-истирающего измельчения связано с переносом энергозатрат в сторону непосредственного измельчения [3].

Затраты энергии на измельчение материала в дробилке являются сложной функцией многих переменных величин, таких, как физико-механические свойства измельчаемого материала, технологические и конструктивно-геометрические параметры рабочих органов дробилки. Отсюда возникает необходимость в разработке теоретической модели процесса измельчения [4].

Исследованием процесса измельчения занимались многие учёные, в том числе В.Г. Коротков, С.В. Антимонов, Е.В. Ганин, С.Ю. Соловых и т.д. [4, 5]. В.Г. Коротков и С.В. Антимонов предложили для математического описания процесса ударно-истирающего измельчения модель механизма роторного принципа действия с валом ротора, ось которого расположена вертикально. Энергетический подход, который позволяет получить взаимозависимость энергозатрат на измельчение и на разрушение материала, составляет основу теоретической модели, предложенной вышеуказанными авторами. Применение подхода В.Г. Короткова с соавторами даёт исходные предпосылки для идентификации параметров процесса измельчения.

Процесс измельчения, как для бесситовых [6], так и для решётных зернодробилок [7], был изучен при измельчении зерна, причём были составлены математические модели процесса, которые основаны на теореме Эйлера о сумме моментов замкнутой системы [8]. При исследовании характеристик воздушно-продуктового слоя, проведённом рядом авторов, выявлено, что его плотность, геометрические размеры частиц, окружная скорость и ряд других параметров определяют эффективность процесса измельчения [9]. Однако при этом не учитывались затраты энергии на смешивание материала в воздушно-продуктовом слое, а также при движении материала в пространстве между рабочим органом и обечайкой. В связи с этим был сделан вывод о необходимости разработки математической модели с учётом вышеизложенного. Наибольшее внимание при разработке математической модели следует уделить расчёту вращающих моментов, зависящих от сил сопротивления измельчению, смешиванию и т.д., так как имеется возможность измерять эти моменты непосредственно в процессе измельчения и, как следствие, управлять процессом.

**Материал и методы исследования.** Рассмотрим движение продукта в измельчителях центробежного типа. В работах С.В. Антимонова с соавторами рабочая зона дробилки представлена в виде пространства, сочетающего воздушно-вихревую зону и воздушно-продуктовый слой [4]. Причём воздушно-вихревая зона в месте соприкосновения с воздушно-продуктовым слоем имеет ярко выраженную разделительную поверхность, расположение которой определяется окружной скоростью ротора, плотностью воздушно-продуктового слоя и геометрическими размерами отдельных частиц (рис.).

Для составления математической модели ряд исследователей представляют приведённую окружную скорость в воздушно-вихревой зоне как полином, который на основе ряда предположений имеет вид (1):

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \bar{r} \left( \psi_1 \bar{r}^{-3} + \psi_2 \bar{r}^{-2} + \psi_3 \bar{r} + \psi_4 \right); \quad 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_c \\ \bar{v}_1(\bar{r}) &= \bar{r} \left( \psi_1 \bar{r}^{-3} + \psi_2 \bar{r}^{-2} + 1 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{r}$  – приведённый радиус и  $\bar{v}_1(\bar{r})$  – приведённая окружная скорость:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_a}, \quad \bar{\omega}_{(r)} = \frac{\omega_{(r)}}{\omega_0}, \quad (2)$$

где  $r$  – текущий радиус, м;

$r_a$  – радиус внутренней границы воздушно-продуктового слоя, м;

$\omega_{(r)}$  – угловая скорость потока, с<sup>-1</sup>;

$\omega_0$  – угловая скорость ротора измельчителя, с<sup>-1</sup>;

$\bar{\omega}_{(r)}$  – приведённая угловая скорость.

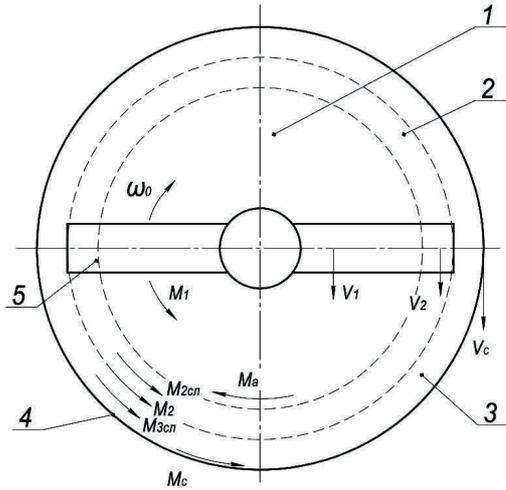


Рис. – Структура сил, действующих со стороны центробежно вращающихся рабочих органов (лопастей) на воздушно-вихревую зону и воздушно-продуктовый слой:

1 – воздушно-вихревая зона; 2 – воздушно-продуктовый слой на участке действия лопасти рабочего органа; 3 – воздушно-продуктовый слой между рабочим органом и стенкой рабочей камеры; 4 – стенка рабочей камеры; 5 – лопасть рабочего органа

Проинтегрируем уравнение:

$$\bar{\omega}_c = \int_1^{\bar{r}_c} \frac{\bar{v}_c(\bar{r})}{\bar{r}_c} d\bar{r}. \quad (3)$$

После интегрирования и преобразований получим:

$$\bar{\omega}_c = \frac{\Psi_1}{4}(\bar{r}_c^4 - 1) + \frac{\Psi_2}{3}(\bar{r}_c^3 - 1) + \bar{r}_c - 1. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\bar{\omega}_c = v_c / r_c$  с учётом (2.3), получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}_c = \bar{r}_c (\Psi_1 \bar{r}_c^{-3} + \Psi_2 \bar{r}_c^{-2} + 1) \\ \bar{v}_c = \left( \frac{\Psi_1}{4}(\bar{r}_c^4 - 1) + \frac{\Psi_2}{3}(\bar{r}_c^3 - 1) + \bar{r}_c - 1 \right) \bar{r}_c \end{array} \right. \quad (5)$$

В результате наличия отклонения в скоростях рабочих органов измельчителя и скоростях движения газообразной среды появляется дополнительное сопротивление движению центробежно движущимся деталям рабочего органа дробилки.

**Результаты исследования.** На основании вышеизложенного были выведены формулы для расчёта вращающего момента взаимодействия измельчаемого материала с рабочими органами дробилки:

$$M_1 = z_l \xi_{1l} h_l \frac{\rho_l \omega_0^2 r_a^3}{2} \left( \frac{\Psi_1^2 (1 - \bar{r}_{вн}^{10})}{10} + \frac{2\Psi_1 \Psi_2 (1 - \bar{r}_{вн}^9) + \Psi_2^2 (1 - \bar{r}_{вн}^8)}{9} \right), \quad (6)$$

и вращающего момента для воздушно-продуктовой зоны:

$$M_2 = z_a \xi_{2a} h_a \frac{\rho_c \omega_0^2 r_a^3}{2} \left( \frac{\Psi_1^2 (1 - \bar{r}_{вн}^8)}{8} + \frac{2\Psi_1 \Psi_2 (1 - \bar{r}_{вн}^7)}{7} + \frac{\Psi_2^2 (1 - \bar{r}_{вн}^6)}{6} - \frac{\Psi_1 (1 - 5\bar{r}_{вн}^6) + 6\bar{r}_{вн}^5 (1 + \Psi_1) + 2\bar{r}_{вн}^2 (4\bar{r}_{вн} + 3) + 1}{15} + \frac{2\bar{r}_{вн}^2 (4\bar{r}_{вн} + 3) + 1}{12} \right). \quad (7)$$

Проинтегрировав уравнение на участке от до  $\bar{r} = 1$ , получим вращающий момент воздушно-продуктового слоя на участке действия лопасти рабочего органа:

$$M_{2cn} = \xi_{cn} \cdot \rho_c \cdot W_0^2 \cdot r_a^2 \cdot \left( \pi \cdot H r_a \cdot \left( \frac{\Psi_1^2 (\bar{r}_a^{-9} - 1)}{9} + \frac{\Psi_1 \cdot \Psi_2 (\bar{r}_a^{-8} - 1)}{4} + \frac{\Psi_2 (\bar{r}_a^{-7} - 1)}{7} + \frac{\Psi_3 (\bar{r}_a^{-6} - 1)}{3} + \frac{2\Psi_2 (\bar{r}_a^{-5} - 1)}{5} + \frac{\bar{r}_a^{-3} - 1}{3} - \frac{z_a \cdot F_a}{2} \right) \right. \\ \left. \left( \frac{\Psi_1^2 (\bar{r}_a^{-8} - 1)}{8} + \frac{2\Psi_1 \cdot \Psi_2 (\bar{r}_a^{-8} - 1)}{8} + \frac{2\Psi_1 \cdot \Psi_2 (\bar{r}_a^{-7} - 1)}{7} + \frac{\Psi_2 (\bar{r}_a^{-6} - 1)}{6} + \frac{2\Psi_1 (\bar{r}_a^{-5} - 1)}{5} + \frac{\Psi_2 (\bar{r}_a^{-4} - 1)}{2} + \frac{\bar{r}_a^{-2} - 1}{2} \right) \right) \quad (8)$$

Для определения момента на границе воздушно-вихревой зоны и воздушно-продуктового слоя целесообразно использовать уравнение:

$$M_a = -2\pi\mu\omega_0 H r_a^2 (3\Psi_1 + 2\Psi_2). \quad (9)$$

На участке 3 воздушно-продуктовый слой между рабочим органом и стенкой рабочей камеры, для расчёта вращающего момента получим:

$$M_{3cn} = \pi \xi_{cn} \cdot \rho_c \cdot H \cdot \omega_0^2 \cdot r_a^3 \left( \frac{\Psi_1 (\bar{r}_{cn}^{-10} - r^{-10})}{10} + \frac{2\Psi_1 \Psi_2 (\bar{r}_{cn}^{-9} - r^{-9})}{9} + \frac{\Psi_2 (\bar{r}_{cn}^{-8} - r^{-8})}{8} + \frac{2\Psi_1 (\bar{r}_{cn}^{-7} - r^{-7})}{7} + \frac{\Psi_2 (\bar{r}_{cn}^{-6} - r^{-6})}{6} + \frac{r_{cn}^4 - r^4}{4} \right). \quad (10)$$

Сопротивление боковой стенки можно выразить через момент:

$$M_c = 2\pi H r_{cn}^2 \tau_c, \quad (11)$$

где  $r_c$  – радиус рабочей камеры измельчителя, м;  $\tau_c$  – напряжение, возникающее при соприкосновении воздушно-продуктового слоя с внутренней стенкой корпуса дробилки, Па.

Полученные автором уравнения для расчёта вращающих моментов взаимодействия измельчаемого материала с рабочими органами дробилки  $M_1$ , момента воздушно-продуктовой зоны  $M_2$ , момента воздушно-продуктового слоя на участке действия лопасти рабочего органа  $M_{2cn}$ , момента на границе воздушно-вихревой зоны и воздушно-продуктового

слоя  $M_a$ , момента воздушно-продуктового слоя между рабочим органом и стенкой рабочей камеры  $M_{зсл}$  и момента сопротивления боковой стенки  $M_c$  – позволяют применять разработанную математическую модель для различных измельчаемых материалов и различных конструктивных параметров измельчителя и по совокупности вращающих моментов судить о преобразованиях в перерабатываемом материале. Также полученные уравнения позволяют рассчитывать нагрузки на рабочие органы с целью правильного подбора материала для изготовления деталей измельчителя. Измеряя момент сопротивления боковой стенки, можно создавать условия для его изменения (меняя частоту вращения рабочего органа), непосредственно в процессе работы и, как следствие, оперативно управлять процессом.

**Выводы.** Математическая модель полностью отражает основные параметры и характеристики рассматриваемого процесса. Это даёт возможность проводить оптимизацию процесса по энергетическим показателям и разрабатывать рекомендации для практического использования на предприятиях по производству кормов и кормовых добавок.

### Литература

1. Кишкилёв С.В., Коротков В.Г., Попов В.П. Разработка математической модели криоизмельчения отходов агропромышленного комплекса // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2016. № 5 (61). С. 66–67.
2. Кишкилев С.В. Разработка технологии экструдированных кормов на основе отходов пищевой промышленности с охлаждением двухкратно измельчаемого сырья / С.В. Кишкилев, В.П. Попов, В.Г. Коротков, С.В. Антимонов // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: матер. Всерос. науч.-методич. конф. (с междунар. участ.). Оренбург, 2013. С. 978–981.
3. Антимонов С.В. Исследование процесса измельчения зернового сырья после шоковой заморозки / С.В. Антимонов, С.В. Кишкилев, С.Ю. Соловых, В.Г. Коротков, В.П. Попов // Хлебопродукты. 2013. № 11. С. 60–62.
4. Коротков В.Г. Измельчение и охлаждение сырья при получении экструдированных кормов и добавок / В.Г. Коротков, С.В. Кишкилев, С.В. Антимонов, В.П. Попов // Хранение и переработка сельхоз сырья. 2013. № 3. С. 17–20.
5. Коротков В.Г., Кобылкин Д.С. Повышение качества и эффективности переработки зернового сырья с применением криогенных технологий // Хранение и переработка сельхозсырья. 2015. № 6. С. 17–21.
6. Коротков В.Г., Антимонов С.В., Попов В.П. Измельчение растительного сырья с учётом влияния криоскопических температур // Сб. матер. Междунар. науч. конф., посвящ. 60-летию Оренбургского государственного университета. Оренбург, 2015. С. 266–270.
7. Попов В.П., Ханин В.П., Краснова М.С. Исследование процессов смешивания, прессования и сушки макаронных изделий с разработкой конструкции автоматизированной линии для их производства // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: матер. Всерос. науч.-методич. конф. Оренбург, 2016. С. 1170–1174.
8. Крахмалева Т.М., Берестова А.В., Попов В.П. К вопросу о применении шоковой заморозки при производстве продуктов питания // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: матер. Всерос. науч.-методич. конф. Оренбург, 2016. С. 1130–1134.
9. Коротков В.Г. Влияние шоковой заморозки на качество и энергоёмкость процесса измельчения зернового сырья и вторичных материальных ресурсов пищевых производств различными типами измельчителей / С.В. Кишкилев, Н.Н. Мартынов, Д.В. Мартынова, Е.И. Панов // Технические науки – от теории к практике. 2015. № 52. С. 193–202.