Теоретические основы промерзания воды при послойном намораживании льда в льдоаккумуляторах

***А.П. Козловцев**, к.т.н., ФГБОУ ВО Оренбургский ГАУ*

Температура льда определяется главным образом величиной коэффициента теплоотдачи ото льда к воздуху. Но значение этого коэффициента сильно варьирует в зависимости от метеоусловий (скорость ветра, влажность воздуха, атмосферное давление, состояние поверхности льда и т.д.).

Исходя из многолетнего опыта послойного намораживания льда, толщину слоя разливаемой воды принимают от 3 до 10 мм. Большинство исследователей считают, что закономерности послойного намораживания ничем не отличаются от замерзания природных глубоководных водоёмов со стоячей водой [1–4].

По нашему мнению, несмотря на общие закономерности, описанные в трудах исследователей со времён И. Стефана, при послойном намораживании имеется ряд особенностей.

Во-первых, вода разливатся по ледяной поверхности ранее промороженного слоя. Как правило, вода забирается либо из водопроводной сети с температурой 6–8°С, либо из подлёдной части бассейна. При этом вода проходит через дозатор розлива, расположенный в отапливаемом помещении. Температура воды в этом случае также на несколько градусов выше температуры замерзания [5, 6].

Во-вторых, при контакте тонкого (по сравнению с глубоким водоёмом) слоя воды со льдом он подтаивает, и весь слой воды охлаждается до температуры, близкой к 0°С.

В-третьих, в тонком слое с температурой около 0°С отсутствует плотная стратификация, и значит, теплообмен между слоем воды и морозным воздухом можно описать закономерностями И. Стефана как в классической постановке задачи о промерзании в упрощённой форме.

Вода в разлитом слое находится в жидком состоянии и имеет всюду температуру $t_н = 0$°С. Над поверхностью воды (x = 0) располагается воздух с отрицательной температурой, постоянной во времени $t_0 < 0$°С. В результате этого у поверхности воды появляется тонкий слой льда, толщина которого со временем увеличивается (рис. 1).

Требуется найти закон движения фронта промерзания либо длительности промерзания слоя заданной толщины $x = h$.

Материал и методы исследования. Обозначим через X координату фронта промерзания, через t_1 (x, τ) – температуру в тонком промёрзшем слое, а через $t_н$ – температуру разлитой воды; где τ – время.

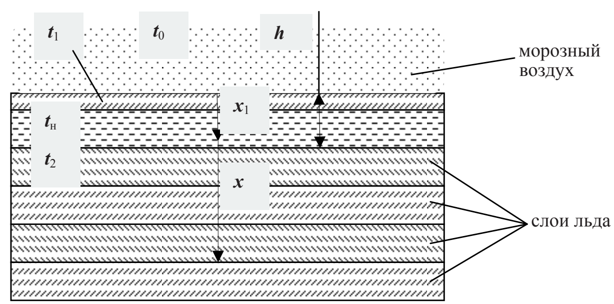

Рис. 1 – Схема послойного намораживания: $t_н$ – температура разлитого слоя воды; t_1 – температура тонкого промёрзшего слоя; t_2 – температура в слоях льда; t_0 – температура воздуха; h – толщина разлитого слоя воды, предназначенной для замерзания; x, x_1 – координаты фронта промерзания

Тогда задача о промерзании слоя воды может быть сформулирована как задача о сопряжении двух температурных полей на движущемся фронте промерзания, т.е. сведена к решению уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = \alpha_л \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \qquad 0 < x \le x_1; \tag{1}$$

$$\frac{\partial t_н}{\partial \tau} = \alpha_в \frac{\partial^2 t_н}{\partial x^2}, \qquad x_1 \le x \le x_2, \tag{2}$$

где $\alpha_л$ и $\alpha_в$ – соответственно коэффициенты температуропроводности льда и воды с граничным условием на неподвижной поверхности ($x=0$).

$$t_0 < t_1(0, \tau). \tag{3}$$

Условие на фронте промерзания имеет вид:

$$t_1/x_1 = t_2/x_2 = t_ф, \tag{4}$$

где $t_ф$ – температура фазового перехода.

Так как фронт замерзания движется с неизвестной заранее скоростью, то на нём кроме граничных условий (3) и (4) для уравнений теплопроводности должно быть задано ещё одно условие, определяющее скорость движения фронта.

Пусть за время $\partial\tau$ фронт смещается на расстояние ∂x. При этом замерзает масса воды, равная $\rho S\partial x$, и выделяется количество тепла $L\rho S\partial x$, где S – площадь фронтовой поверхности, L – удельная теплота фазового перехода, ρ – плотность льда.

По закону сохранения энергии это количество тепла должно равняться разности количеств тепла, прошедших через фронт со стороны талой и мёрзлой зон:

$$\left[-\lambda_в \frac{\partial t_н}{\partial x}\Big/ x_2 + \lambda_л \frac{\partial t_1}{\partial x}\Big/ x_1\right] S\partial\tau = L\rho S\partial x, \tag{5}$$

где $\lambda_в$; $\lambda_л$ – соответственно коэффициенты теплопроводности воды и льда.

Упростив выражение (5), получим:

$$\lambda_л \frac{\partial t_1}{\partial x}\Big/ x_1 - \lambda_н \frac{\partial t_н}{\partial x}\Big/ x_2 = L\rho \frac{\partial x}{\partial \tau}. \tag{6}$$

Это условие называется условием Стефана на фронте фазового перехода.

Результаты исследования. В настоящее время уравнения теплопроводности воды (1) и (2) решают численно с помощью программного обеспечения.

Имеется несколько алгоритмов решения таких уравнений, например метод вилки (или половинного деления), метод касательных, метод хорд и др.

Решив систему уравнений (1) и (2) одним из известных методов, получим:

$$x = \alpha\sqrt{\tau}, \tag{7}$$

где α – параметр, зависящий от температуры поверхности льда, но не зависящий от толщины льда и времени.

Преобразовав выражение (7), получим

$$\alpha = \frac{x}{\sqrt{\tau}}\left[м \cdot c^{-\frac{1}{2}}\right]. \tag{8}$$

Численное значение α можно определить на основе анализа теплового баланса: количество теплоты, выделенной при замерзании воды, должно равняться такому же количеству теплоты, переданной воздуху над поверхностью замерзаемой воды.

Количество теплоты Q, которое за время τ слой льда толщиной x передаёт воздуху, можно найти из закона Фурье с учётом того, что подо льдом температура равна 0°С:

$$Q = \lambda_л \frac{\Delta t}{x} S\tau, \tag{9}$$

где $\Delta t = 0 - t_1$;

S – площадь поверхности льда;

0°С – температура, передающаяся на нижний слой льда.

С другой стороны, эта величина совпадает с количеством теплоты, которое выделяется за время τ при замерзании воды толщиной слоя x, и может быть найдена по формуле:

$$Q = L\rho S u\tau, \tag{10}$$

где u – скорость движения фронта замерзания, $u = \frac{\partial x}{\partial \tau}$.

Приравнивая значения Q в формулах (9) и (10), получим:

$$\lambda_л \frac{t_1}{x} S\tau = L\rho S u\tau \tag{11}$$

или

$$\lambda_л \frac{t_1}{x} S\tau = L\rho S \frac{\partial x}{\partial \tau}\tau. \tag{12}$$

После преобразований и интегрирования дифференциального уравнения (11) с учётом того, что $x = \alpha\sqrt{\tau}$, получаем:

$$\alpha = \sqrt{2\lambda_л \frac{t_1}{\rho L}}. \tag{13}$$

Задаваясь значениями отрицательных температур на поверхности намораживаемого слоя льда t_1 и значением физических величин $\lambda_л$, ρ, L [7], можно построить график изменения (рис. 2).

Формулы (7) и (13), в принципе, можно использовать при расчёте процесса послойного намораживания льда в льдохранилище. Но необходимо знать зависимость температуры на верхней поверхности льда от значения отрицательной температуры воздуха надо льдом. Для этого необходимо выполнить расчёт процесса теплоотдачи от поверхности льда к воздуху.

Методика такого расчёта хорошо известна и изложена во многих литературных источниках [8–10].

Выводы. Произведённые нами расчёты показывают, что значение температуры льда определяется

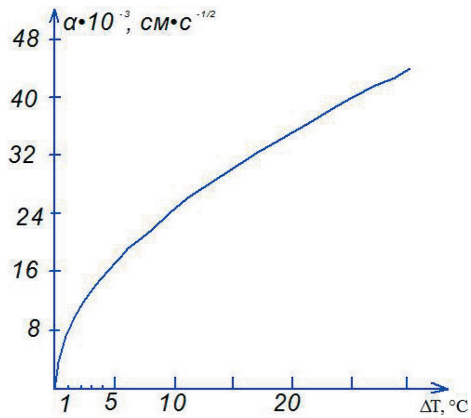

Рис. 2 – Зависимость параметра α от численного значения отрицательных температур на поверхности льда

в основном величиной коэффициента теплоотдачи ото льда к воздуху. Этот коэффициент заметно варьирует, что обусловлено его зависимостью от таких метеоусловий, как скорость ветра, влажность воздуха, атмосферное давление, состояние поверхности льда и т.д.

Для некоторых наиболее типичных состояний значения этого коэффициента можно найти, например, в справочнике «Таблицы физических величин» [7].

В общем случае температура воздуха t_0 всегда много меньше температуры поверхности льда, т.е. $t_0 << t_1$, задавшись значением температуры морозного воздуха и значением коэффициента температуры от поверхности льда к воздуху, можно определить значение температуры поверхности льда t_1.

В дальнейшем для решения прямой задачи – расчёт толщины слоя льда – используем формулу (7), по которой можно определить часовую либо суточную скорость намораживания льда.

Для решения обратной задачи – расчёт длительности промораживания слоя воды назначенной толщины h, – по формуле $\tau = \sqrt{\frac{h}{\alpha}}$ можно определить число срабатываний дозатора разливаемой воды в сутки и настроить этот дозатор на нужное число срабатываний.

Литература

1. Бобков В.А. Производство и применение льда. М.: Пищевая промышленность, 1977. 230 с.
2. Бузин В.А., Зиновьев А.Т. Ледовые процессы и явления на реках и водохранилищах. Барнаул: ООО «Пять плюс», 2009. 167 с.
3. Завражнов А.И. Круглогодовое использование природного холода в условиях молочнотоварных ферм Южного Урала: рекомендации. Мичуринск: Изд-во Мичуринского ГАУ, 2016. 61 с.
4. Квашенников В.И. Энергосберегающая технология заготовки естественного льда на молочных фермах / В.И. Квашенников, А.П. Козловцев, Г.С. Коровин, В.А. Шахов // Научное обозрение. 2015. № 4. С. 17–22.
5. Козловцев А.П. Секционный аккумулятор природного холода для охлаждения молока на фермах / А.П. Козловцев, В.И. Квашенников, М.М. Константинов, С.П. Козловцева // Известия Самарской государственной сельскохозяйственной академии. 2016. Т. 1. № 4. С. 43–46.
6. Козловцев А.П. Природный холод – приоритетное направление при охлаждении молока / А.П. Козловцев, В.И. Квашенников, В.А. Шахов, А.А. Панин, Г.С. Коровин, М.И. Попова // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2015. № 6 (56). С. 90–93.
7. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. акад. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976, 1008 с.
8. Герасимова О.А. Обоснование энергосберегающей технологии и устройства для охлаждения молока при пастбищном содержании коров: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. СПб., 2011. 19 с.
9. Пиотрович В.В. Расчёты толщины ледяного покрова на водохранилище по метеорологическим данным. Л.: Гидрометеоиздат, 1968. 186 с.
10. Мусин А.М. Изготовление и использование установок естественного холода для охлаждения молока: рекомендации / А.М. Мусин, Ф.Г. Марьяхин, А.И. Учеваткин, А.Я. Бойко, А.В. Марков. М.: Росагропромиздат, 1991. 28 с.