

Математическая модель процесса экструдирования отходов различных производств с получением древесно-наполненных композиционных материалов

Р.Ф. Сагитов, к.т.н., Д.Х. Фазлиева, ОАО НИПИЭП; З.З. Утяганова, к.п.н., С.Г. Шарипова, к.х.н., Кумертауский филиал ФГБОУ ВО Оренбургский ГУ; И.Д. Алямов, к.с.-х.н., А.А. Петров, к.т.н., ФГБОУ ВО Оренбургский ГАУ

В настоящее время аккумулируется и не перерабатывается огромное количество отходов. Основная масса отходов – отходы химических производств, которые имеют длительный период распада и скапливаются на свалках. Сбор и переработка полимерных материалов должным образом не осуществляются. Актуальность комплексной утилизации отходов химической промышленности путём переработки в строительные материалы и изделия связана в первую очередь с проблемами сохранения окружающей среды, т.к. они не подвергаются гниению, коррозии, а также и с проблемой ресурсосбережения [1–5]. Особенно перспективным направлением утилизации является получение композиционных материалов, которые могут использоваться как строительные материалы [5–10]. Таким образом, создание математической модели процесса экструдирования отходов различных производств в настоящее время является актуальной.

Прессующий механизм одношнекового экструдера образован винтовым шнеком 1 и шнековым цилиндром С (рис. 1). Взаимодействие прессуемого материала с рабочими органами связано с движением материала в пространстве между этими органами.

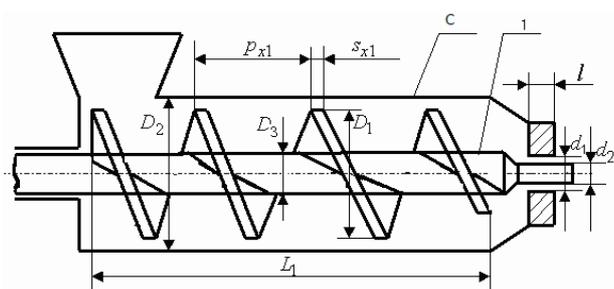


Рис. 1 – Схема шнекового прессующего механизма

На нижней плоскости, полученной путём развёртки цилиндрической поверхности шнека, винтовые лопасти шнека могут быть представлены кусками параллельных между собой плоскостей, перпендикулярных этой плоскости и наклонных к направляющей цилиндра под углом подъёма винтовых поверхностей лопастей шнека. В этой модели шнековой части механизма прессуемый материал движется по прямоугольным каналам, образованным развёртками контактных поверхностей шнека и шнекового цилиндра (рис. 2).

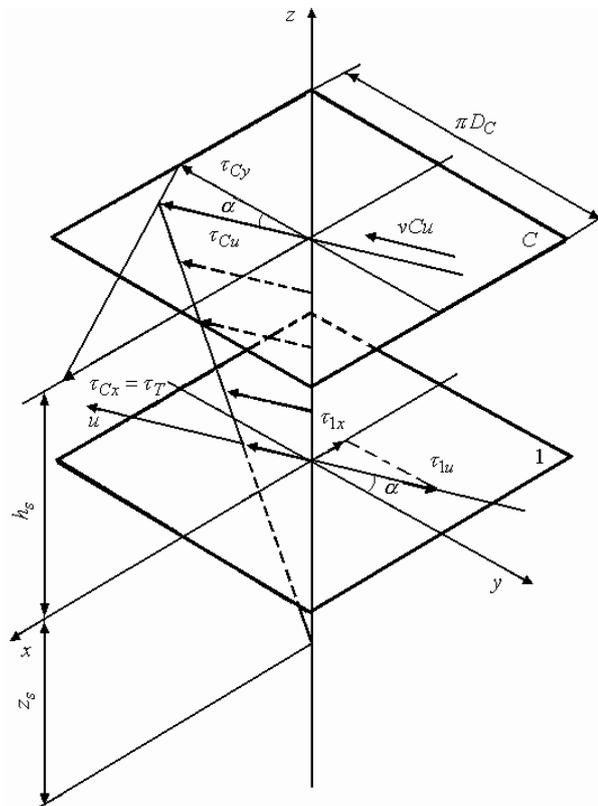


Рис. 2 – Схема распределения касательных напряжений в модели шнекового канала

Без учёта трения о лопасти шнека движение прессуемого материала плоской модели механизма рассмотрено нами в предположении, что прессуемый материал проявляет в канале шнека свойства псевдопластического тела, движение которого может быть описано реологическим степенным уравнением Оствальда-де Виля:

$$\tau = \mu'(\dot{\gamma})^n, \tag{1}$$

где $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига прессуемого материала; τ – напряжение сдвига в прессуемом материале; n – индекс течения;

μ' – коэффициент консистенции материала.

Параметры μ' и n зависят от состава материала, его температуры и влажности.

Рассмотрим напряжённое состояние прессуемого материала. При движении прессуемого материала в экструдере массовыми силами по сравнению с напряжениями, возникающими при перемещении прессуемого материала по контактным поверхностям рабочих органов, можно пренебречь. Рассмотрим модель прессующего механизма в координатах $Ox Oy Oz$. Ось Ox направлена вдоль оси корпуса шнека, а ось Oy – в окружном направлении. Ось

канала шнека Ou в этом случае образует с осью Oy угол α .

Плоскости развёртки шнекового цилиндра присвоим индекс C , а плоскости развёртки стержня – индекс 1. В обращённом движении плоскость C движется вдоль оси канала шнека со скоростью v_c . Это движение можно рассматривать как движение со скоростями вдоль осей координат v_x и v_y [11–14].

Можно предположить, что прессуемый материал движется вдоль меридиональных неровностей с проскальзыванием. При этом она развивает на плоскости C касательные напряжения τ_{Cx} (рис. 2). Пренебрегая трением прессуемого материала о лопасти шнека, можно определить, что окружное напряжение τ_{Cy} , необходимое для создания осевого напряжения τ_{Cx} , равно:

$$\tau_{Cy} = \tau_{Cx} \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

Напряжение τ_{Cy} создаёт движущую силу. Вдоль оси канала Ou будет действовать его проекция τ_{Cu} , тогда:

$$\tau_{Cu} = \tau_{Cy} \cos \alpha = \tau_{Cx} \sin \alpha. \quad (3)$$

Для случая двумерной плоской модели уравнение равновесия, выделенного элемента в координатах uOz , примет вид:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial u}, \quad (4)$$

где σ – нормальные напряжения в прессуемом материале.

После преобразований получим выражение:

$$\tau_u = \frac{d\sigma_u}{du} z - \tau_{1u}. \quad (5)$$

При $d\sigma/du = \text{const}$ распределение напряжений сдвига τ_u между параллельными плоскостями будет линейным по оси z .

Можно выразить касательное напряжение τ_{1u} через координату $z = z_s$, при которой касательное напряжение $\tau_u = 0$, тогда:

$$\tau_{1u} = \frac{d\sigma_u}{du} z_s. \quad (6)$$

Подставляя значение τ_{1u} из выражения (6) в уравнение (5), получим окончательно выражение:

$$\tau_u = \frac{d\sigma_u}{du} (z - z_s). \quad (7)$$

При $z = h_s$, $\tau_u = \tau_{Cu}$, уравнение (7) примет вид:

$$\tau_{Cu} = \frac{d\sigma_u}{du} (h_s - z_s). \quad (8)$$

Опишем движение экструдруемого материала в канале шнека. Предположим, что температура экструдруемого материала изменяется по высоте канала шнека. Это вызывает изменение по высоте канала шнека реологических свойств экструдруемого материала. Разделим пространство модели шнекового канала плоскостями, параллельными пластинам, на I слоёв высотой h_i (рис. 3) так, чтобы:

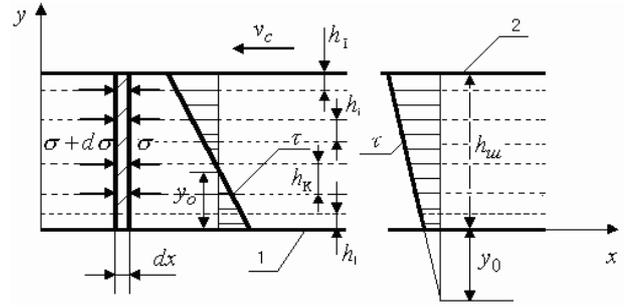


Рис. 3 – Схема модели шнекового канала:
1 – плоскость, замещающая шнековый корпус; 2 – плоскость, замещающая дно шнекового канала

$$h_s = \sum_1^I h_i. \quad (9)$$

Будем считать, что реологические свойства экструдруемого материала изменяются кусочно-постоянно в соответствии с этими слоями.

Пусть реологические свойства прессуемого материала таковы, что z_s заключено в интервале от 0 до h_s – расстояния между контактными с материалом пластинами, тогда:

$$\dot{\gamma}_{u1} = a_{si} (z_s - z)^{b_i - 1}, \quad z \leq z_s; \quad i = 1, 2, 3, \dots, k, \quad (10)$$

$$\dot{\gamma}_{u2} = -a_{si} (z - z_s)^{b_i - 1}, \quad z \geq z_s; \quad i = k, \dots, I. \quad (11)$$

Для сокращения введены обозначения:

$$a_{si} = \left(\frac{1}{\mu'_i} \right)^{b_i - 1} \left(\frac{d\sigma_u}{du} \right)^{b_i - 1}, \quad (12)$$

$$b_i = \frac{1 + n_i}{n_i}. \quad (13)$$

Интегрируя уравнения (9), (10) и учитывая, что скорость сдвига материала $\dot{\gamma}_u$ можно выразить через относительную скорость v_u выражением

$$\dot{\gamma} = \frac{dv_u}{dz}, \quad (14)$$

приняв на пластинах условия прилипания, получим, при условии, что $h_0 = 0$:

$$v_{u1} = v_{u(i-1)} + \frac{a_{si}}{b_i} \left[\left(z_s - \sum_1^i h_{i-1} \right)^{b_i} - (z_s - z)^{b_i} \right], \quad z \leq z_s; \quad i = 1, 2, 3, \dots, k, \quad (15)$$

$$v_{u2} = v_{ui} + \frac{a_{si}}{b_i} \left[\left(\sum_1^i h_i - z_s \right)^{b_i} - (z - z_s)^{b_i} \right], \quad z \geq z_s; \quad i = k, \dots, I. \quad (16)$$

Здесь $\dot{\gamma}_{u1}$, v_{u1} скорости для $z \leq z_s$, а $\dot{\gamma}_{u2}$, v_{u2} – скорости для $z \geq z_s$, v_{ui} , $v_{u(i-1)}$ – соответственно скорости движения материала на верхней плоскости i -го и $(i-1)$ -го слоев, $v_{u1} = v_{Cu}$ – скорость движения подвижной пластины (рис. 3).

Приняв условие непрерывности скоростей $v_{u1} = v_{u2}$ при $z = z_s$ и используя системы уравнений

(15) и (16), можно найти координату z_s и определить распределение скоростей в канале шнека [11–14].

Градиент давления и длину прессования в канале u_1 можно определить, задавая напряжение σ_1 в прессуемом материале перед матрицей прессующего механизма, выражением:

$$\frac{d\sigma_u}{du} = \frac{\sigma_1}{u_1}. \quad (17)$$

Объёмный расход Q прессуемого материала при движении без проскальзывания по пластинам на единичной ширине пространства между пластинами для случая:

$$h_s \geq z_s > 0, \quad (18)$$

можно определить, используя выражения (15) и (16) для скорости течения материала в шнековом канале, интегрированием элементарных потоков:

$$Q = \int_0^{z_s} v_{u1} dz + \int_{z_s}^{h_s} v_{u2} dz = Q_1 + Q_2, \quad (19)$$

$$Q_1 = \sum_1^{k-1} \left[v_{u(i-1)} h_i + \frac{a_{si}}{b_i} \left(z_s - \sum_1^i h_{i-1} \right) h_i + \frac{a_{si}}{b_i(b_i+1)} \left[\left(z_s - \sum_1^i h_i \right)^{b_i+1} - \left(z_s - \sum_1^{i-1} h_i \right)^{b_i+1} \right] + v_{u(k-1)} \left(z_s - \sum_1^k h_{i-1} \right) + \frac{a_{sk}}{b_k+1} \left(z_s - \sum_1^k h_{i-1} \right)^{b_k+1} \right]. \quad (20)$$

$$Q_2 = \sum_{k+1}^I \left\{ v_{ui} h_i + \frac{a_{si}}{b_i} \left(\sum_1^i h_i - z_s \right) h_i + \frac{a_{si}}{b_i(b_i+1)} \left[\left(\sum_1^i h_i - z_s \right)^{b_i+1} - \left(\sum_1^{i-1} h_{i-1} - z_s \right)^{b_i+1} \right] + v_{uk} \left(\sum_1^k h_i - z_s \right) + \frac{a_{sk}}{b_k} \frac{b_k+2}{b_k+1} \left(\sum_1^k h_i - z_s \right)^{b_k+1} \right\}. \quad (21)$$

Для случая, когда $z_s \leq 0$, производная скорости не меняет свой знак в области течения между пластинами. Соответственно не меняют свой знак напряжения сдвига в прессуемом материале. Тогда, используя систему уравнений (16) и предполагая отсутствие проскальзывания на нижней пластине, т.е. $v_u = 0$ при $z = 0$, получим уравнение распределения скоростей в области течения [11–14]:

$$0 = v_{u1} + \frac{a_{s1}}{b_1} \left[(h_1 - z_s)^{b_1} - (-z_s)^{b_1} \right], \quad (22)$$

которое делает систему (16) замкнутой. Из этой системы получим координату точки z_s .

На единичной ширине пространства между пластинами объёмный расход Q прессуемого материала при движении без проскальзывания $z_s < 0$ при можно определить, используя выражение (22) для скорости течения материала в шнековом канале, интегрированием элементарных потоков:

$$Q = \int_0^{h_s} v_{u2} dz = \sum_1^I \left\{ v_{ui} h_i + \frac{a_{si}}{b_i} \left(\sum_1^i h_i - z_s \right)^{b_i} h_i + \frac{a_{si}}{b_i(b_i+1)} \left[\left(\sum_1^i h_i - z_s \right)^{b_i+1} - \left(\sum_1^{i-1} h_{i-1} - z_s \right)^{b_i+1} \right] \right\}. \quad (23)$$

Производительность Q_s одношнекового прессующего механизма с учётом формул (19) и (23) определяется выражением:

$$Q_s = \rho(p_{x1} - q_{s_{x1}}) Q \cos \alpha, \quad (24)$$

где ρ – плотность прессуемого материала;

p_{x1} – осевой шаг винтовой лопасти шнека на цилиндрической поверхности диаметром D_C ;

q – число заходов шнека;

s_{x1} – осевая толщина винтовой лопасти шнека по цилиндрической поверхности диаметром D_C .

Таким образом, разработанная математическая модель позволит рассчитать реологическое состояние композиционного материала в любой точке экструдера и показывает, что прессуемый пластический материал, состоящий из композиции, обладает свойствами сыпучего тела и неньютоновской жидкости. В математической модели предложены выражения [11–14], учитывающие изменение реологических параметров процесса экструдирования в зависимости от высоты слоя.

Литература

1. Старт Года охраны окружающей среды / материал подгот. О. Деяшкина // Твёрдые бытовые отходы. 2013. № 1 (79). С. 50–51.
2. Ветошкина Л.П., Синькова Н.В. Управление отходами: генеральные схемы очистки населённых пунктов // Твёрдые бытовые отходы. 2014. № 2. С. 10–13.
3. Марьев В.А., Комиссаров В.А. Устойчивое управление отходами в городах XXI в. // Твёрдые бытовые отходы. 2014. № 2. С. 48–49.
4. Скурыдин Ю.Г., Скурыдина Е.М. Переработка твёрдых отходов методом пиролиза // Твёрдые бытовые отходы. 2014. № 1. С. 30–34.
5. Касимов А.М., Решта Е.Е. Современные системы управления промышленными отходами в отечественной и мировой практике // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2010. № 4/8 (46). С. 36–41.
6. Ершов А.Г., Шубников В.Л. Региональная политика управления опасными отходами: методологические принципы // Твёрдые бытовые отходы. 2013. № 11. С. 20–23.
7. Ершов А.Г., Шубников В.Л. Региональная политика управления опасными отходами: методологические принципы // Твёрдые бытовые отходы. 2013. № 12. С. 16–20.
8. Коваленко А.М. О формировании принципов обращения с отходами // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2010. № 6/10 (48). С. 6–9.
9. Композиционные материалы. В 8 т. / пер. с англ. / под ред. Л. Браутмана, Р. Крока, Э. Плоудемана. М.: Мир, 1978. Т. 6. Поверхности раздела в полимерных композитах. 234 с.
10. Композиционные материалы / под ред. А.И. Манохина. М.: Наука, 1981. 305 с.
11. Полищук В.Ю. Теоретические основы описания процесса движения высоконаполненных пластмасс в канале шнека / В.Ю. Полищук, Р.Ф. Сагитов, Е.А. Фёдоров, К.О. Рекун // Вестник Оренбургского государственного университета. 2010. № 4. С. 137–141.
12. Полищук В.Ю., Сагитов Р.Ф., Фёдоров Е.А. Течение высоконаполненных пластмасс в канале прессующего механизма // Труды VII Всерос. науч. конф. с междунар. участ. Ч.2: Моделирование и оптимизация динамических систем и систем с распределёнными параметрами. Самара: СамГТУ, 2010. С. 213.
13. Полищук В.Ю. Математическая модель процесса экструдирования высоконаполненных пластмасс / В.Ю. Полищук, Р.Ф. Сагитов, К.О. Рекун, Е.А. Фёдоров // Вестник Оренбургского государственного университета. 2010. № 10. С. 165–168.
14. Сагитов Р.Ф., Фёдоров Е.А., Рекун К.О. Методика определения параметров эффекта процесса экструдирования высоконаполненных пластмасс // Прогрессивные технологии в современном машиностроении: сб. ст. VI Междунар. науч.-технич. конф. Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. С. 254–255.