Исследование сопротивления входных полостей пресс-гранулятора прессованию растительного полуфабриката

С.П. Василевская, *к.т.н.*, ***В.Г. Коротков***, *д.т.н., профессор*, ***Е.И. Панов***, *к.т.н.*, ***В.Ю. Полищук***, *д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Оренбургский ГУ*

С использованием теории пластичности описано напряжённое состояние полуфабриката из зернового сырья во входной конической полости матрицы пресс-гранулятора. При этом не накладывается ограничений на зависимости изменения предела текучести полуфабриката и коэффициента его контактного трения от напряжённого состояния полуфабриката.

Конические полости на входе в фильеры матриц пресс-грануляторов необходимы для выработки гранул. Поэтому при определении технико-экономических параметров пресс-грануляторов следует определять сопротивление конических полостей экструдированию растительного полуфабриката (состоящего из зернового сырья).

Материал, методы и результаты исследования. Для установившегося движения в канале фильеры напряжения в растительном полуфабрикате отличаются от напряжений в начале движения [1–4]. Примем, что такое различие выполняется и во входной конической полости. Рассмотрим напряжённое состояние растительного полуфабриката, который деформируется пластически во входной полости. Деформация происходит при произвольном угле конусности в системе координат (r, φ, z), имеющей начало в вершине образующего полость конуса.

Принимаем, что нормальные осевые напряжения σ_z определяются только координатой z. Сечение конической полости плоскостью, которая содержит ось Oz, представлено на рисунке 1. На данном рисунке выделен элементарный объём пространства двумя плоскостями, перпендикулярными оси Oz, на расстоянии между ними dz и показаны действующие на него нагрузки. Объёмные силы в растительном полуфабрикате можно не учитывать в сравнении с поверхностными.

Будем, как и ранее [3–6], полагать, что контактные напряжения сдвига τ определяются по закону Кулона. Они зависят от нормального напряжения на поверхности контакта σ_n и не превосходят предельного напряжения сдвига τ_T, а коэффициент трения f_i в пределах выбранного промежутка изменения нормального напряжения принят постоянным.

$$\tau = f_i \sigma_n \quad \text{при} \quad \sigma_{n(i-1)} \le \sigma_n \le \sigma_{ni}. \qquad (1)$$

Выделим сектор заштрихованного на рисунке 1 элементарного объёма двумя плоскостями, включающими ось Oz. Угол между плоскостями равен $d\varphi$. Рассмотрим равновесие сектора по оси

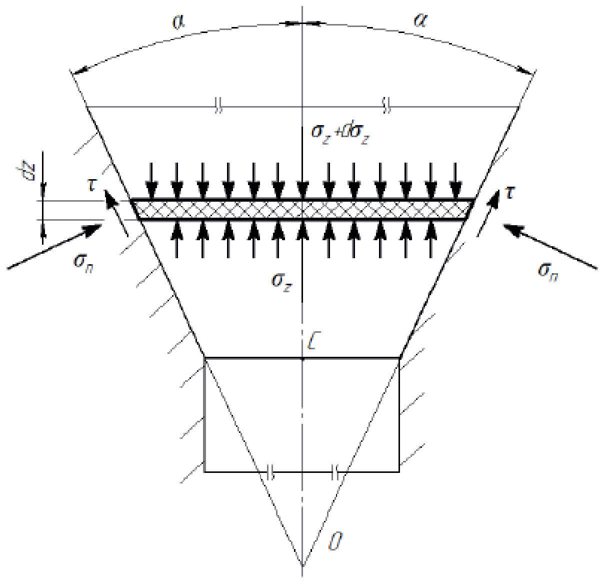

Рис. 1 – Схема напряжённого состояния системы конической сужающей полости цилиндрического канала.

Or. Получим связь τ и нормального радиального напряжения σ_r:

$$\tau = \frac{f_i}{1 - f_i tg\alpha}\sigma_r = f_i'\sigma_r, \quad \text{при} \quad \sigma_{r(i-1)} \le \sigma_r \le \sigma_{ri}, \qquad (2)$$

где α – угол конуса полости;

f_i' – приведённый коэффициент трения.

Тогда связь граничных величин нормальных напряжений имеет вид:

$$\sigma_{ri} = (1 - f_i tg\alpha)\sigma_{ni}. \qquad (3)$$

При большой величине угла α использование равновесия выделенного элемента, по которому получены зависимости (2) и (3), ограничено, так как даёт недопустимо большие величины напряжений.

Примем [3, 7–10] в области Кулонова трения в момент начала движения полуфабриката во входной полости фильеры соотношение между нормальными осевым напряжением σ_z, радиальным напряжением σ_r и пределом текучести полуфабриката σ_T в виде:

$$\sigma_z - \sigma_r = \sigma_T. \qquad (4)$$

Предел текучести полуфабриката примем переменным, зависящим от всестороннего напряжения сжатия, являющегося напряжением σ_r. Используем полигональную аппроксимацию предела текучести в виде:

$$\sigma_T = \sigma_{T(i-1)} + \delta_i\left[\sigma_r - \sigma_{r(i-1)}\right], \qquad (5)$$

где

$$\delta_i = \frac{\sigma_{Ti} - \sigma_{T(i-1)}}{\sigma_{ri} - \sigma_{r(i-1)}}; \qquad (6)$$

$\sigma_{T(i-1)}$ и σ_{Ti} – величины предела текучести соответственно начала и конца i-го участка аппроксимации;

$\sigma_{r(i-1)}$ и σ_{ri} – напряжения сжатия соответственно начала и конца i-го участка аппроксимации.

Учитывая (4) и (5), связь напряжений σ_r и σ_z определим как:

$$\sigma_z = (1+\delta_i)\sigma_r - \delta_i\sigma_{r(i-1)} + \sigma_{T(i-1)}. \qquad (7)$$

Граничные значения участков аппроксимации связаны выражением:

$$\sigma_{zi} = \sigma_{ri} + \sigma_{Ti}, \qquad (8)$$

которое вместе с выражением (3) определяет все нормальные напряжения и предел текучести на границах i-го участка аппроксимации.

На рисунке 2 представлена номограмма, которая иллюстрирует данный алгоритм.

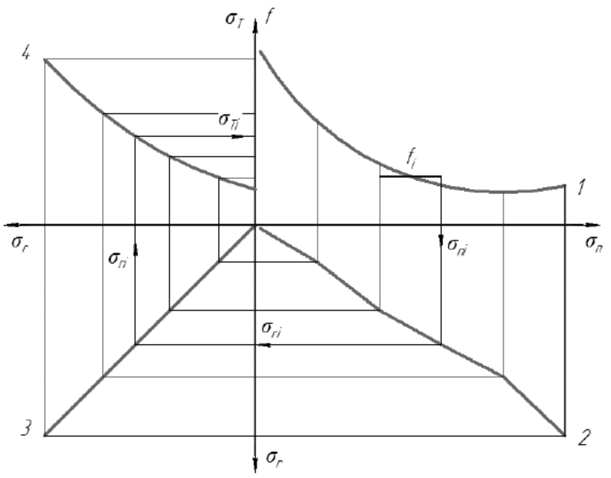

Рис. 2 – Номограмма к определению граничных величин нормальных напряжений по диаграммам зависимостей:
1 – $f = f(\sigma_n)$; 2 – $\sigma_r = f(\sigma_n)$; 3 – $\sigma_r = \sigma_r$; 4 – $\sigma_T = f(\sigma_r)$

Дифференциальное уравнение напряжённого состояния полуфабриката имеет вид [3]:

$$\frac{d\sigma_z}{dz} - \frac{4\tau}{z\sin 2\alpha} + \frac{2(\sigma_z - \sigma_r)}{z} = 0. \qquad (9)$$

Используя приведённые выше зависимости, можно получить из выражения (9) уравнение с разделёнными переменными:

$$\frac{d\sigma_z}{A_i\sigma_z + B_i} = \frac{2dz}{z\sin 2\alpha}, \qquad (10)$$

где
$$A_i = \frac{2f_i' + \delta_i \sin 2\alpha}{1+\delta_i}; \qquad (11)$$

$$B_i = (2f_i' + \delta_i \sin 2\alpha)$$

$$\frac{\delta_i \alpha_{z(i-1)} - \sigma_{T(i-1)}}{1+\delta_i} + \sigma_{T(i-1)} \sin 2\alpha\,. \qquad (12)$$

Описание напряжений в конической входной полости начинается в точке C с координатой Z_c, где имеется осевое нормальное напряжение σ_{zc}. Примем, что это напряжение расположено на j-м участке аппроксимации.

Интегрированием уравнения (10) с начальными условиями $z > z_c$, $z = z_{i-1}$, $\sigma_z = \sigma_{z(i-1)}$, найдём осевые нормальные напряжения i-го участка аппроксимации:

$$\sigma_z = \frac{1}{A_i}\left[\left(A_i\sigma_{z(i-1)} + B_i\right)\left(\frac{z}{z_{i-1}}\right)^{\frac{2A_i}{\sin 2\alpha}} - B_i\right],$$

$$\sigma_{z(i-1)} \le \sigma_z \le \sigma_{zi}. \qquad (13)$$

Координата входной конической полости z_i, где заканчивается i-й участок аппроксимации, определена зависимостью:

$$z_i = z_{i-1}\left(\frac{A_i\sigma_{zi} + B_i}{A_i\sigma_{z(i-1)} + B_i}\right)^{\left(\frac{\sin 2\alpha}{2A_i}\right)}. \qquad (14)$$

В k-м участке аппроксимации, где поперечное сечение полости с осевой координатой z_b, касательным контактным напряжением может быть достигнуто предельное напряжение сдвига:

$$f_k'\sigma_{rb} = \tau_T. \qquad (15)$$

Используя условия (4) и (15), учитывая, что:

$$\tau = \tau_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}, \qquad (16)$$

имеем

$$\sigma_{zb} = \left(\frac{1+\delta_k}{f_k'\sqrt{3} - \delta_k} + 1\right)\left(\sigma_{T(i-1)} - \delta_k\sigma_{r(k-1)}\right),$$

$$\sigma_{z(k-1)} \le \sigma_{zb} \le \sigma_{zk}, \qquad (17)$$

$$z_b = z_{k-1}\left(\frac{A_k\sigma_{zb} + B_k}{A_k\sigma_{z(k-1)} + B_k}\right)^{\frac{\sin 2\alpha}{2A_k}}. \qquad (18)$$

В зоне контактного пластического трения $\tau = \tau_T$ нормальные напряжения в полуфабрикате связаны соотношением:

$$\sigma_z - \sigma_r = 0. \qquad (19)$$

Зависимости (16) и (19) упрощают дифференциальное уравнение (9):

$$\frac{d\sigma_z}{dz} - \frac{4\sigma_T}{\sqrt{3}z\sin 2\alpha} = 0. \qquad (20)$$

Решение уравнения (20) на k-м участке аппроксимации с начальными значениями $\sigma_z = \sigma_{zb}$; $Z = Z_b$ получим в виде:

$$\sigma_z = \frac{1}{\delta_{kb}}\left\{\sigma_{Tb}\left[\left(\frac{z}{z_b}\right)^{\frac{4\delta_{kb}}{\sqrt{3}\sin 2\alpha}} - 1\right] + \delta_{kb}\sigma_{zb}\right\},$$

$$\sigma_{zb} \le \sigma_z \le \sigma_{zk}, \qquad (21)$$

где
$$\delta_i = \frac{\sigma_{Tk} - \sigma_{Tb}}{\sigma_{zk} - \sigma_{zb}}; \qquad (22)$$

σ_{Tb} – значение предела текучести в точке b;

σ_{zb} – значение напряжения сжатия в точке b.

Координата полости Z_k, где заканчивается действие k-го участка аппроксимации, определена из выражения:

$$z_k = z_b\left[\frac{\sigma_{Tk}}{\sigma_{Tb}}\right]^{\frac{\sqrt{3}\sin 2\alpha}{4\delta_{kb}}}. \qquad (23)$$

Решения уравнения (20) после k-го участка для i-го участка аппроксимации с начальными значениями $\sigma_z = \sigma_{z(i-1)}$; $Z = Z_{i-1}$ имеют вид:

$$\sigma_z = \frac{1}{\delta_i}\left\{\sigma_{T(i-1)}\left[\left(\frac{z}{z_{i-1}}\right)^{\frac{4\delta_i}{\sqrt{3}\sin 2\alpha}} - 1\right] + \delta_i \sigma_{z(i-1)}\right\},$$

$$\sigma_{z(i-1)} \le \sigma_z \le \sigma_{zi}. \qquad (24)$$

Координата полости z_i, где заканчивается i-й участок аппроксимации, определена зависимостью:

$$z_i = z_{i-1}\left[\frac{\sigma_{Ti}}{\sigma_{T(i-1)}}\right]^{\frac{\sqrt{3}\sin 2\alpha}{4\delta_i}}. \qquad (25)$$

Когда в сечении, содержащем точку C (рис. 1), выполнено условие (19), расчёт напряжений с этой точки выполняется по зависимостям (21) и (22), где индекс k нужно заменить на индекс 1, а индекс b на индекс c. Затем расчёт напряжений нужно вести по зависимостям (24) и (25) на всей длине входной полости.

Если точки b нет на всей длине входной полости, напряжения в ней рассчитываются по зависимостям (13) и (14).

Примем [3, 8] в области Кулонова трения в установившемся движении полуфабриката во входной полости фильеры соотношение между нормальными осевым напряжением σ_z, радиальным напряжением σ_r и пределом текучести полуфабриката σ_T в виде:

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_T. \qquad (26)$$

Предел текучести полуфабриката примем переменным, зависящим от всестороннего напряжения сжатия, являющегося напряжением σ_z. Используем полигональную аппроксимацию предела текучести в виде:

$$\sigma_T = \sigma_{T(i-1)} + \delta_i\left[\sigma_z - \sigma_{z(i-1)}\right], \qquad (27)$$

где
$$\delta_i = \frac{\sigma_{Ti} - \sigma_{T(i-1)}}{\sigma_{zi} - \sigma_{z(i-1)}}; \qquad (28)$$

$\sigma_{T(i-1)}$ и σ_{Ti} — значение предела текучести соответственно начала и конца i-го участка аппроксимации;

$\sigma_{z(i-1)}$ и σ_{zi} — напряжения сжатия соответственно начала и конца i-го участка аппроксимации.

Учитывая (26) и (27), напряжения σ_r и σ_z, определим зависимостью:

$$\sigma_r = (1+\delta_i)\sigma_z - \delta_i \sigma_{z(i-1)} + \sigma_{T(i-1)}. \qquad (29)$$

Аналогичные представления коэффициента трения и предела текучести использованы ранее для цилиндрического канала фильеры [4].

Граничные значения участков аппроксимации связаны выражением:

$$\sigma_{ri} = \sigma_{zi} + \sigma_{Ti}, \qquad (30)$$

которое вместе с выражением (3) определяет все нормальные напряжения и предел текучести на границах i-го участка аппроксимации.

На рисунке 3 представлена номограмма, которая иллюстрирует данный алгоритм.

Дифференциальное уравнение напряжённого состояния полуфабриката имеет вид (9). Приведённые выше формулы позволяют из уравнения (9) получить уравнение с разделёнными переменными:

$$\frac{d\sigma_z}{A_i\sigma_z - B_i} = \frac{dz}{z\sin 2\alpha}, \qquad (31)$$

где
$$A_i = 2\left[2f_i'(1+\delta_i) + \delta_i \sin 2\alpha\right]; \qquad (32)$$

$$B_i = 2\left(2f_i' + \sin 2\alpha\right)\left[\delta_i\sigma_{z(i-1)} - \sigma_{T(i-1)}\right]. \qquad (33)$$

Описание напряжений в конической входной полости начинается в точке C с координатой z_c, где имеется осевое нормальное напряжение σ_{zc}. Примем, что это напряжение расположено на первом участке аппроксимации.

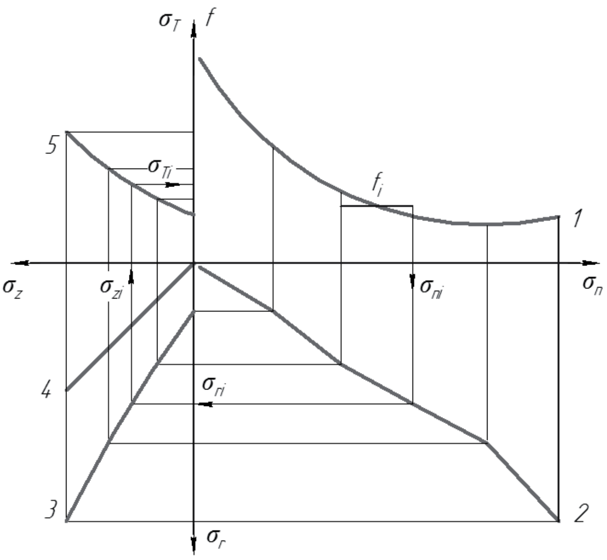

Рис. 3 – Номограмма определения граничных значений нормальных напряжений по диаграммам зависимостей: 1 – $f = f(\sigma_n)$; 2 – $\sigma_r = f(\sigma_n)$; 3 – $\sigma_r = \sigma_z + \sigma_T$; 4 – $\sigma_r = f(\sigma_z)$; 5 – $\sigma_T = f(\sigma_z)$

Интегрированием уравнения (31) на участке $z > z_c$ с начальными условиями $z = z_{i-1}$, $\sigma_z = \sigma_{z(i-1)}$ найдём осевые нормальные напряжения на i-м участке аппроксимации:

$$\sigma_z = \frac{1}{A_i}\left\{\left[A_i\sigma_{z(i-1)} - B_j\right]\left(\frac{z}{z_{i-1}}\right)^{\frac{A_i}{\sin 2\alpha}} + B_i\right\},$$

$$\sigma_{z(i-1)} \le \sigma_z \le \sigma_{zi}. \qquad (34)$$

Координата конической полости z_i, на которой заканчивается действие i-го о участка аппроксимации, определена выражением:

$$z_i = z_{i-1}\left[\frac{A_i\sigma_{zi} - B_i}{A_i\sigma_{z(i-1)} - B_i}\right]^{\frac{\sin 2\alpha}{A_i}}. \qquad (35)$$

В k-м участке аппроксимации для поперечного сечения полости с осевой координатой z_b касательным контактным напряжением может быть достигнуто предельное напряжение сдвига (15).

Используя условия (15), (16) и (26), получим:

$$\sigma_{zb} = \frac{f_k'\sqrt{3} - 1}{f_k'\sqrt{3}\left(1+\delta_k\right) - \delta_k}\left[\delta_k\sigma_{z(k-1)} - \sigma_{T(k-1)}\right],$$

$$\sigma_{z(k-1)} \le \sigma_{zb} \le \sigma_{zk}, \tag{36}$$

$$z_b = z_{k-1}\left[\frac{A_k\sigma_{zb} - B_k}{A_k\sigma_{z(k-1)} - B_k}\right]^{\frac{\sin 2\alpha}{A_k}}. \tag{37}$$

Если растительный полуфабрикат попадёт в зону пластического контактного трения $\tau = \tau_T$, то связь нормальных напряжений получит вид (19).

Тогда напряжения будут рассчитываться по формулам (21), (22), (24), (25).

Когда точки b не имеется на всей длине входной полости, напряжения в ней рассчитываются по зависимостям (34) и (35).

Вывод. Использование теории пластичности позволяет описать напряжённое состояние полуфабриката из зернового сырья во входной конической полости матрицы пресс-гранулятора. Изложенный метод определения напряжений в растительном полуфабрикате, гранулируемом в начале движения полуфабриката и установившемся его движении через входную коническую полость, не требует наложения ограничений на форму описания физико-механических свойств полуфабриката.

Литература

1. Полищук В.Ю., Соколов А.Я. Гранулирование комбикорма в цилиндрических каналах фильер при непрерывном режиме процесса прессования // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 1980. № 1. С. 67–71.
2. Полищук В.Ю., Соколов А.Я. Гранулирование комбикорма в фильерах при периодическом режиме прессования // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 1980. № 6. С. 97–100.
3. Полищук В.Ю. Определение давления выпрессовывания в конических фильерах кольцевой матрицы пресса для гранулирования кормов // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 1976. № 3. С. 113–118.
4. Полищук В.Ю. Напряжённое состояние древесных опилок в цилиндрическом канале при установившемся движении / В.Ю. Полищук, В.П. Ханин, Е.И. Панов [и др.] // Вестник Оренбургского государственного университета. 2012. № 9. С. 173–176.
5. Математическая модель процесса прессования термомодифицированной древесной коры в пресс-грануляторах барабанного типа / О.Д. Мюллер, В.И. Мелехов, Н.Г. Пономарева [и др.] // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2017. № 2 (356). С. 130–148.
6. Влияние относительной длины фильеры матрицы на давление прессования термомодифицированной берёзовой коры в пресс-грануляторах валкового типа / О.Д. Мюллер, В.И. Мелехов, Н.Г. Пономарева [и др.] // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2017. № 5 (359). С. 110–118.
7. Сафонов А.О. Влияние технологических параметров на энергетическую плотность древесных пеллет // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 2-1 (13-1). С. 430–433.
8. Панов Е.И. Обоснование параметров прессующего механизма пресс-гранулятора для переработки измельчённой древесины: дисс. ... канд. техн. наук. Оренбург, 2017. 149 с.
9. Дорняк О.Р. Математическое моделирование процесса прессования древесины // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2012. № 75. С. 177–191.
10. Дорняк О.Р. Математическое моделирование процесса прессования древесины в различных направлениях механической анизотропии / О.Р. Дорняк, Л.Т. Свиридов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2005. № S. С. 85–92.