

Моделирование процесса перемещения частицы в поле центробежных сил

А.Н. Холодили́н, к.т.н., ФГБОУ ВО Оренбургский ГУ;
Е.И. Панов, к.т.н., Оренбургский ИПС – филиал ФГБОУ ВО СамГUPS

Математическое моделирование — это наиболее простой и менее затратный способ, позволяющий создавать модели различных технологических процессов [1–3] и установить влияние различных факторов на основные показатели, отражающие качественную характеристику этих процессов.

В качестве основных показателей эффективности процесса ситового сепарирования принято считать скорость [4, 5] движения слоя сыпучего материала по сепарирующей поверхности и непосредственно связанную с ней производительность, от которых зависит качество получаемых фракций. Определение рациональных значений этих показателей [6–8] является первоочередной задачей при исследовании процессов сепарирования сыпучих продуктов.

Цель исследования — создание математической модели, позволяющей с учётом экспериментальных данных аналитически определить оптимальные конструктивные параметры установки, основные технологические показатели сепаратора: скорость относительного движения частиц и производительность установки.

Материал и методы исследования. Составить математическую модель процесса перемещения сыпучего материала по поверхности решета практически невозможно, также как невозможно учесть все факторы, влияющие на его относительное движение. Поэтому, как правило, математическую модель составляют для отдельной материальной частицы плоской формы [9, 10] с учётом физико-механических свойств реального материала. И как показывает многочисленная практика, расхождение расчётных и экспериментальных данных не превышает 10% [10, 11].

Нами предложена конструкция привода, которая при планетарном движении вертикального цилиндра позволяет сообщать ему гармонические вращательные колебания, обеспечивающие возможность регулировать траекторию движения слоя сыпучего продукта и среднюю скорость потока, что в целом повышает основные технологические показатели сепаратора — производительность и качество получаемых фракций.

Рассмотрим силы, которые действуют на частицу, находящуюся на внутренней поверхности вертикального цилиндра, совершающего планетарное движение.

Допустим, что цилиндр радиусом r , изображённый на рисунке 1, вращается вокруг некоторой вертикальной оси $O-O$ с угловой скоростью θ и вокруг своей оси $n-n$ по закону:

$$\varphi = \Omega t + \psi \sin \omega t, \quad (1)$$

где Ω — постоянная составляющая угловой скорости вращения цилиндра, c^{-1} ;

ψ — амплитуда колебаний цилиндра, измеряемая в угловых единицах, рад;

ω — частота колебаний цилиндра, c^{-1} .

Обозначим расстояние между выбранными осями $n-n$ и $O-O$ через R , за начало отсчёта угла φ принимаем поворот оси U относительно горизонтальной линии $n-O$, по часовой стрелке.

На основании закона, описывающего вращение цилиндра вокруг своей оси, найдём угловую скорость и ускорение, которые соответственно будут равны:

$$\dot{\varphi} = \Omega + \psi \omega \cos \omega t, \quad (2)$$

$$\ddot{\varphi} = -\psi \omega^2 \sin \omega t. \quad (3)$$

Исходя из вышеизложенного, найдём силы, действующие на частицу:

— центробежная сила инерции, возникающая в результате вращения цилиндра вокруг своей оси $F_y = m r \dot{\varphi}^2$;

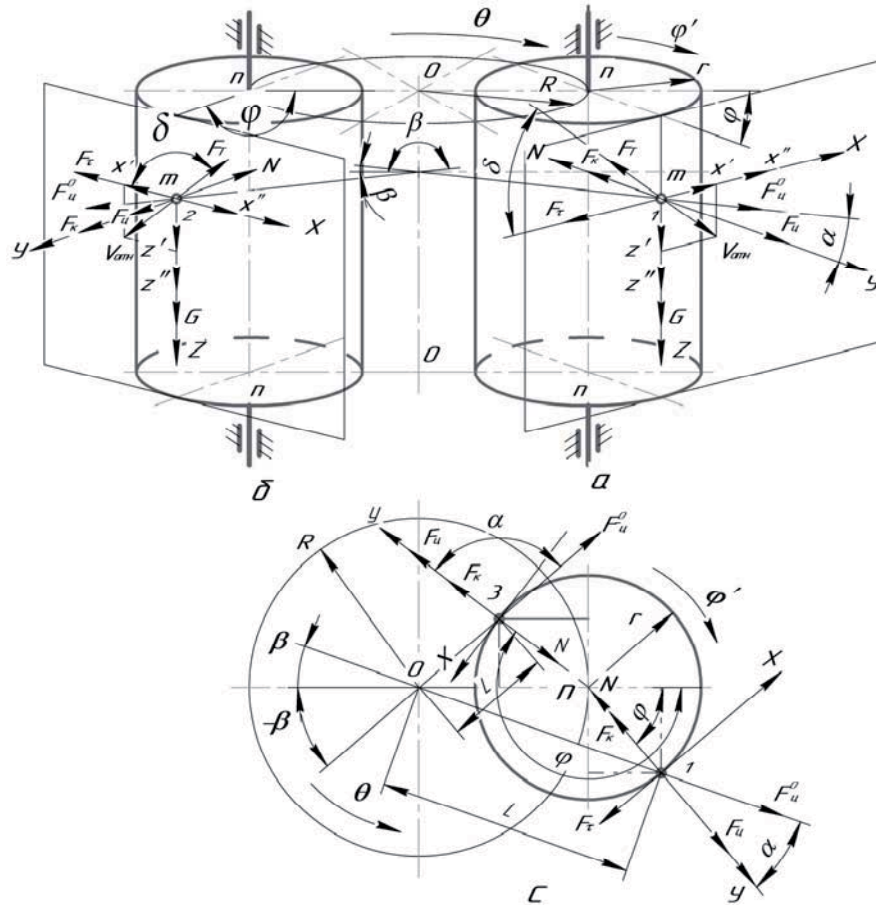


Рис. 1 – Силы, действующие на частицу, находящуюся на внутренней поверхности цилиндра

- сила инерции, возникающая в результате вращательных колебаний цилиндра $F_\tau = mr\ddot{\phi}$;
- сила инерции Кориолиса $F_k = 2m\dot{\phi}\dot{x}$;
- нормальная реакция опоры N ;
- сила трения $F_T = fN$;
- сила тяжести $G = mg$,

где g – ускорение свободного падения;

f – коэффициент трения скольжения, который характеризует сопротивление, возникающее при относительном движении частицы;

При относительном движении частицы возникает сила трения, F_T , вектор которой образует с осью X угол δ .

Определив скорость относительного движения частицы $V_{omn} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}$, находим:

$$\sin \delta = \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}}; \quad \cos \delta = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}}. \quad (4)$$

В результате равномерного вращения цилиндра вокруг вертикальной оси $O-O$ возникает ещё одна центробежная F_y^0 сила инерции, составляющая с осью Y угол α :

$$F_y^0 = mL\theta^2, \quad (5)$$

где θ – скорость вращения цилиндра вокруг вертикальной оси $O-O$, c^{-1} ;

L – расстояние между осью вращения цилиндра и частицей, м.

$$L = \sqrt{(R + r \cos \phi)^2 + (r \sin \phi)^2}, \quad (6)$$

где R – расстояние между осями вращения цилиндра, м;

r – радиус цилиндра, м,

или

$$L = \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2}, \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), получим:

$$F_y^0 = m \sqrt{[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)]^2} \times \theta^2. \quad (8)$$

Рассмотрим случай, когда относительное движение частицы совпадает с направлением оси X . В этом случае, на основании рисунка 1а, дифференциальные уравнения относительного движения в проекциях на оси координат X, Y, Z примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= F_y^0 \sin \alpha - F_\tau - F_T \cos \delta \\ m\ddot{y} &= F_y^0 + F_y^0 \cos \alpha - F_k - N \\ m\ddot{z} &= G - F_T \sin \delta \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где α – угол между осью Y и вектором F_y^0 центробежной силы инерции является переменной величиной и определяется следующим образом:

$$\alpha = \varphi \mp \beta, \quad (10)$$

$$\text{где } \beta = \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)}, \quad (11)$$

угол, определяющий местоположение частицы.

Верхний знак в уравнении (10) соответствует изменению угла φ от 0 до 180°, нижний — изменению угла φ от 180 до 360° (рис. 1, точка 2).

Подставляя значения сил в уравнения (9), получим:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= mL\theta^2 \sin(\varphi - \beta) - mr\ddot{\varphi} - fN \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ m\ddot{y} &= mr\dot{\varphi}^2 + mL\theta^2 \cos(\varphi - \beta) - 2m\dot{\varphi}\dot{x} - N \\ m\ddot{z} &= mg - fN \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Одна и та же система дифференциальных уравнений может описывать целый класс подобных явлений, поэтому для выделения конкретного явления эту систему необходимо решать с учётом дополнительных условий. В качестве дополнительного условия в нашем случае выступает безотрывное движение частицы, т.е. отсутствие перемещения вдоль оси Y, следовательно $y = 0$; $\dot{y} = 0$; $\ddot{y} = 0$, что позволяет из второго уравнения системы (12) определить нормальную реакцию N:

$$N = 2m\dot{\varphi}\dot{x} - mr\dot{\varphi}^2 - mL\theta^2 \cos(\varphi - \beta). \quad (13)$$

Подставляя полученное выражение (13) в уравнения (12) и сокращая на массу, получим:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= L\theta^2 \sin(\varphi - \beta) - r\ddot{\varphi} - f \\ \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - f \left[\frac{2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta)}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \right] \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Учитывая, что коэффициент трения равен тангенсу угла трения ρ :

$$f = \operatorname{tg} \rho = \frac{\sin \rho}{\cos \rho},$$

получим:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= L\theta^2 \frac{\sin(\varphi - \beta + \rho)}{\cos \rho} - r\ddot{\varphi} - \\ &- \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[2\dot{\varphi}\dot{x} - r\dot{\varphi}^2 - L\theta^2 \cos(\varphi - \beta) \right] \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \sqrt{\left[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t) \right]^2 + \theta^2} \times \\ &\times \frac{1}{\cos \rho} \sin \left[\frac{(\Omega t + \psi \sin \omega t) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)}}{\rho} + \right. \\ &+ r\psi\omega^2 \sin \omega t - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[\frac{2(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)\dot{x} -}{-r(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2} \right] \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \\ \ddot{z} &= g - \frac{\sin \rho}{\cos \rho} \left[\frac{2(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)\dot{x} -}{-r(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2} - \right. \\ &- \sqrt{\left[R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t) \right]^2 + \theta^2} \times \\ &\times \theta^2 \cos \left[\frac{(\Omega t + \psi \sin \omega t) - \arctg \frac{r \sin(\Omega t + \psi \sin \omega t)}{R + r \cos(\Omega t + \psi \sin \omega t)}}{\rho} \right] \left. \right] \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}} \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

При перемещении частицы (рис. 16) в точку 2 изменяется направление относительного движения и силы инерции Кориолиса.

При изменении угла φ от 180 до 360° (рис. 1с, точка 3) знаки в первом уравнении системы (12) перед центробежной силой инерции F_y^0 и силой трения F_T изменяются на противоположные. Кроме того, во втором уравнении изменяется знак перед F_K — кориолисовой силой инерции.

Изменение положения частицы в результате вращения цилиндра способствует изменению знаков перед соответствующими силами и в системе уравнений (16).

Результаты исследования. Решение системы уравнений (16) численным методом позволяет при выбранных геометрических размерах сепарирующего рабочего органа определить оптимальные значения кинематических параметров привода сепаратора и расположение отверстий решета, способных обеспечить максимальную производительность при заданном качестве получаемых фракций.

В случае отсутствия гармонических колебаний для начала относительного движения частицы, необходимо, чтобы равнодействующая от движущих сил была больше, чем сила трения, т.е. выполнялось условие:

$$\left. \begin{aligned} &\sqrt{\left[\theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \right.} \\ &\left. \times \sin(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}) \right]^2 + g^2} > \\ &f \left[r\Omega^2 + \theta^2 \sqrt{(R + r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \right. \\ &\left. \times \cos(\Omega t - \arctg \frac{r \sin \Omega t}{R + r \cos \Omega t}) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Это неравенство может использоваться для определения коэффициента трения:

$$f < \frac{\sqrt{\left[\theta^2 \sqrt{(R+r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times \right.}{r \Omega^2 + \theta^2 \sqrt{(R+r \cos \Omega t)^2 + (r \sin \Omega t)^2} \times} + g^2 \quad (18)$$

При гармонических вращательных колебаниях, когда $\sin \omega t = 1$, в момент начала относительного движения частицы должно выполняться следующее условие:

$$\sqrt{\left\{ \theta^2 \sqrt{[R+r \cos(\Omega t + \psi)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi)]^2} \times \right.}{f \left\{ r \Omega^2 + \theta^2 \sqrt{[R+r \cos(\Omega t + \psi)]^2 + [r \sin(\Omega t + \psi)]^2} \times \right.} > \quad (19)$$

Выводы

1. Математическое моделирование – это наиболее простой и менее затратный способ, позволяющий создавать модели различных технологических процессов и установить влияние различных факторов на основные показатели, отражающие качественную характеристику этих процессов.

2. Составлен план сил, действующих на частицу, находящуюся на внутренней поверхности вертикального цилиндра, совершающего планетарное движение с учётом гармонических вращательных колебаний, наложенных на равномерное вращение цилиндра относительно своей оси.

3. Предложен закон колебаний и разработана теоретическая модель, описывающая относительное движение частицы по внутренней поверхности цилиндра с вертикальной осью вращения, проведено преобразование и анализ модели.

4. Решение полученных уравнений (16) численным методом позволяет при выбранных геометрических размерах сепарирующего рабочего органа определить оптимальные значения кинематических параметров привода сепаратора и расположение отверстий решета, способных обеспечить максимальную производительность при заданном качестве получаемых фракций.

Литература

1. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н. Тищенко, Д.И. Мазоренко, М.В. Пивень [и др.]. Харьков: Миськдрук, 2010. 360 с.
2. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О гидродинамической модели движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету. Полтава: Пол. НТУ, 2009. Вып. 3(25). Т. 1. С. 205–213.
3. Холодидин А.Н. Вибрационное решётное сепарирование зернопродуктов в поле центробежных сил: дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 156 с.
4. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. Харьков: Основа, 2004. 224 с.
5. Лапшин И.П., Косилов Н.И. Расчёт и конструирование зерноочистительных машин. Курган: ГИПП «Зауралье», 2002. 168 с.
6. Федоренко И.Я., Пирожков Д.Н. Вибрируемый зернистый слой в сельскохозяйственной технологии: монография. Барнаул: Изд-во АГАУ, 2006. 166 с.
7. Белов М.И., Романенко В.Н. Математическая модель сепарации зерна на решете очистки // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2008. № 5. С. 10–13.
8. Коноплин А.Н. Влияние конструктивных параметров рабочего органа многоступенчатого конусного центробежного сепаратора на технико-экономические показатели // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2007. № 14. С. 146–152.
9. Федоренко И.Я. Перемещение частицы по поперечно вибрирующей шероховатой плоскости // Машинно-технологическое, энергетическое и сервисное обслуживание сельскохозяйственных производителей Сибири: матер. междунар. науч.-практич. конф. / Россельхозакадемия; Сибирское отделение. ГНУ СибИМЭ. Новосибирск, 2008. С. 548–554.
10. Белов М.И., Романенко В.Н., Славкин В.И. Математическая модель движения частицы по решету очистки // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2008. № 8. С. 33–36.
11. Холодидин А.Н., Панов Е.И., Попов А.Н. Повышение эффективности процесса решётного сепарирования сыпучих продуктов // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2018. № 5 (73). С. 149–152.