

Научная статья  
УДК 621.3.036:636.4

## Теоретическое обоснование зависимости, описывающей распределение влаги в процессе сушки макаронных изделий с помощью плёночных электронагревателей

Виталий Матвеевич Попов, Валентина Александровна Афонькина,  
Елена Ивановна Кривошеева, Егор Николаевич Епишков  
Южно-Уральский ГАУ

**Аннотация.** Технология производства макаронных изделий состоит из ряда трудоёмких операций: приготовление макаронного теста; прессование теста; резка сырого теста; сушка изделия; охлаждение готового изделия. В статье рассматривается один из альтернативных способов сушки макаронных изделий. Это инфракрасная сушка с использованием плёночных электронагревателей. Была получена зависимость распределения концентрации влаги внутри изделия во время этого процесса сушки макаронных изделий. Целью исследования является решение дифференциального уравнения, описывающего диффузию влаги. Для достижения поставленной цели сформулированы условия, по которым была составлена и решена система уравнений. В статье представлены распределение влаги в слое сушки в начальный момент времени, зависимость распределения концентрации по глубине изделия в конце процесса инфракрасной сушки и зависимость концентрации от времени на глубине 0,004 м. В результате по графикам зависимости и решённой системе уравнения были сделаны выводы: необходима экспериментальная проверка полученных зависимостей, а разработанная модель даёт возможность рассчитать все необходимые значения всех параметров плёночного электронагревателя и составить приемлемые режимы инфракрасной сушки макаронных изделий.

**Ключевые слова:** инфракрасная сушка, макаронные изделия, плёночные электронагреватели.

**Для цитирования:** Теоретическое обоснование зависимости, описывающей распределение влаги в процессе сушки макаронных изделий с помощью плёночных электронагревателей / В.М. Попов, В.А. Афонькина, Е.И. Кривошеева [и др.] // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2021. № 1 (87). С. 148–152.

Original article

## Theoretical substantiation of the dependence describing the distribution of moisture in the process of drying pasta using electric film heaters

Vitaly M. Popov, Valentina A. Afonkina, Elena I. Krivosheeva, Egor N. Epishkov  
South Ural State Agrarian University

**Abstract.** Technology for the production of pasta from a number of labor-intensive operations: preparation of pasta dough; pressing the dough; cutting raw dough; drying the product; cooling the finished product. The article describes one of the alternative ways to dry pasta. This is an infrared drying using electric film heaters. The dependence of the moisture concentration within the process of this process of drying pasta was obtained. The purpose of this article is to solve the differential equation describing moisture diffusion. To achieve this goal, conditions

were formulated according to which the system of equations was compiled and solved. The article also presents: the distribution of moisture in the drying layer at the initial moment of time, the dependence of the concentration distribution along the depth of the product at the end of the infrared drying process and the dependence of concentration on time at a depth of 0.004 m. As a result, according to the graphs of the dependence and the solved system of equations, the following conclusions were drawn: it is necessary to experimentally verify the obtained dependences, and the developed model makes it possible to calculate all the necessary values of all parameters of the film electric heater and to compose acceptable modes of infrared drying of pasta.

**Keywords:** infrared drying, pasta, film electric heaters.

**For citation:** Theoretical substantiation of the dependence describing the distribution of moisture in the process of drying pasta using electric film heaters / V.M. Popov, V.A. Afonkina. E.I. Krivosheev et al. *Izvestia Orenburg State Agrarian University*. 2021; 87(1): 148–152. (In Russ.).

Сушка является самой продолжительной и важной стадией технологического процесса, прочность изделий в первую очередь зависит от её результатов. Целью данной стадии является закрепление формы изделия и предотвращение возможности развития микроорганизмов. На макаронных предприятиях используется конвективная сушка изделий – продувание высушенного продукта нагретым воздухом. Очень интенсивная сушка приводит к образованию трещин в сухих продуктах, а очень медленная сушка может привести к подкислению продуктов.

Плёночный лучистый электронагреватель в силу своей малой тепловой инерции хорошо приспособлен к гибкому регулированию интенсивности процесса, что натолкнуло на мысль использовать его в технологии сушки макаронных изделий.

**Материал и методы.** Плёночный лучистый электронагреватель получил широкое распространение в процессах сушки сельскохозяйственной продукции [1, 2], технологиях обогрева тепличных растений [3], при обогреве промышленных и жилых помещений [4]. Он представляет собой гибкий резистивный элемент, заключённый между слоями полиэтилентерефталатовой плёнки [5–7].

Поверхность плёночного нагревателя равномерно разогревается и испускает поток инфракрасного излучения. Плотность потока излучения определяется с помощью закона Стефана – Больцмана [8].

Процесс инфракрасной сушки включает в себя три параллельно протекающих процесса: процесс поглощения инфракрасного излучения изделием распространением тепла внутри него и процесс диффузии влаги внутри изделия. Ранее была получена система дифференциальных уравнений, описывающая данные процессы [9].

**Цель исследования** – решение дифференциального уравнения, описывающего диффузию влаги.

Этот процесс описывается уравнением непрерывности, это закон сохранения массы в дифференциальной форме. Исходное уравнение было получено Е.Н. Епишковым и Р.Р. Новиковым [9]:

$$(1 + \varepsilon) \frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Разделив левую и правую части на  $(1 + \varepsilon)$ , получим:

$$(1 + \varepsilon) \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{D}{(1 + \varepsilon)} \frac{\partial^2}{\partial x^2}.$$

Для упрощения расчётов была введена новая переменная  $a^2 = \frac{D}{1 + \varepsilon}$ :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;

$\varepsilon$  – коэффициент парообразования;

$n$  – концентрация влаги с координатой  $X$  и  $t$ .

Решаем данное уравнение методом разделения переменных. Для этого представим исходную функцию как произведение двух функций, одна из которых зависит только от координаты, а вторая – только от времени:

$$n(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) Y_m(x), \quad (3)$$

где  $T_m(t)$  – некоторая функция, зависящая только от времени ( $t$ );

$Y_m$  – некоторая функция, зависящая только от координат ( $x$ ).

Произведём подстановку и разделение переменных, получим:

$$\frac{\partial [T_m(t) Y_m(x)]}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 [T_m(t) Y_m(x)]}{\partial x^2}; \quad (4)$$

$$Y_m \frac{\partial T_m(t)}{\partial t} = a^2 T_m(t) \frac{\partial^2 Y_m(x)}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Разделим переменные на два однородных дифференциальных уравнения:

$$\frac{\left(\frac{\partial T_m(t)}{\partial t}\right)}{T_m(t)} = \frac{\left(\frac{\partial^2 Y_m(x)}{\partial x^2}\right)}{Y_m(x)} a^2 = -B_m^2, \quad (6)$$

где  $B_m^2$  – некоторый постоянный коэффициент, зависящий от номера гармоники ( $m$ ).

$$\frac{\partial T_m(t)}{\partial t} + B_m^2 T_m(t) = 0. \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 Y_m(x)}{\partial x^2} + \frac{B_m^2}{a^2} Y_m(x) = 0. \quad (8)$$

Решаем характеристические уравнения:

$$\lambda + B_m^2 = 0 \lambda^2 + \frac{B_m^2}{a^2} = 0; \quad (9)$$

$$\lambda = -B_m^2; \quad (10)$$

$$T_m(t) = C_1 e^{-B_m^2 t}; \quad (11)$$

$$\lambda = \pm j \frac{B_m}{a}; j = \sqrt{-1} \text{ (мнимая единица); } (12)$$

$$Y_m(x) = \alpha_{m1} \text{Sin} \left( \frac{B_m}{a} x \right) + \alpha_{m2} \text{Cos} \left( \frac{B_m}{a} x \right). (13)$$

Подставляя (13) в (3), получаем:

$$n(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} C_1 e^{-B_m^2 t} \left[ \alpha_{m1} \text{Sin} \left( \frac{B_m}{a} x \right) + \alpha_{m2} \text{Cos} \left( \frac{B_m}{a} x \right) \right]. (14)$$

Раскрывая скобки в последнем выражении и вводя новые переменные

$$\alpha'_{m1} = C_1 \alpha_{m1}; \alpha'_{m2} = C_1 \alpha_{m2} (15)$$

получаем:

$$n(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-B_m^2 t} \left[ \alpha'_{m1} \text{Sin} \left( \frac{B_m}{a} x \right) + \alpha'_{m2} \text{Cos} \left( \frac{B_m}{a} x \right) \right]. (16)$$

Для завершения необходимо найти коэффициенты  $\alpha'_{m1}$  и  $\alpha'_{m2}$ . Для этого воспользуемся граничными и начальными условиями (рис. 1).

$$n(0, t) \left\{ \begin{array}{l} \text{концентрация влаги за пределами} \\ \text{зоны сушки (в координате } X = 0; e = 0) \end{array} \right\} (17)$$

$$n(e, t) \left\{ \begin{array}{l} \text{всегда (в любой момент времени)} \\ \text{равна 0} \end{array} \right\}$$

$$n(x, 0) = \begin{cases} x < \Delta h; 0 \\ \Delta h \leq x \leq e - \Delta h; n_0 \\ x > e - \Delta h; 0 \end{cases} (18)$$

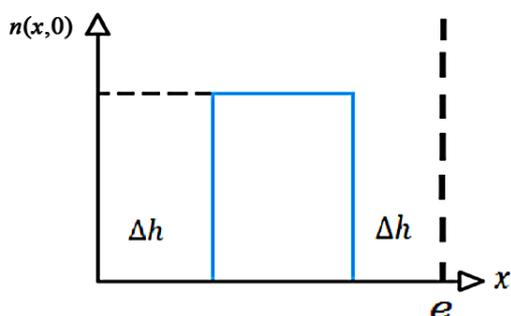


Рис. 1 – Распределение влаги в слое сушки в начальный момент времени:  $\Delta h$  – толщина корочки до процесса сушки;  $e$  – толщина слоя изделия;  $n(x,0)$  – распределение влаги в слое сушки в начальный момент времени

На основании сформулированных условий составляем систему уравнений и решаем её:

$$n(0, t) = 0 = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-B_m^2 t} \alpha'_{m2}; (19)$$

следует  $\alpha'_{m2} = 0$ ;

$$n(e, t) = 0 = \sum_{m=1}^{\infty} \alpha'_{m1} e^{-B_m^2 t} \text{Sin} \left( \frac{B_m}{a} e \right); (20)$$

следует  $\text{Sin} \left( \frac{B_m}{a} e \right) = 0$ ;

$$\frac{B_m}{a} e = \pi m; (21)$$

$$B_m = \frac{\pi a m}{e}. (22)$$

С учётом найденных коэффициентов выражение (14) приобретает вид:

$$n(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 a^2 m^2 t}{e^2}} \alpha'_{m1} \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right). (23)$$

Применяя выражение для  $n(x,0)$ , находим коэффициент  $\alpha'_{m1}$ :

$$n(x, 0) = \sum_{m=1}^{\infty} \alpha'_{m1} \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right); (24)$$

$\alpha'_{m1}$  находим как коэффициент ряда Фурье.

$$T = 2\pi / \left( \frac{\pi a}{e} \right) = \frac{2e}{a} - \text{период} (25)$$

первой гармоники ряда Фурье;

$$\alpha'_{m1} = \frac{2}{T} \int_0^T h(x, 0) \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right) dx. (26)$$

**Результаты исследования.** Подставляя выражение (18) в выражение (26), получаем окончательный результат:

$$\alpha'_{m1} = \frac{a}{e} \int_{\Delta h}^{e-\Delta h} n_0 \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right) dx = \frac{2n_0 \text{Cos} \frac{\pi a m \Delta h}{e}}{\pi m}; (27)$$

$$n(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{2n_0}{\pi m} e^{-\frac{\pi^2 a^2 m^2 t}{e^2}} \times \text{Cos} \left( \frac{\pi a m}{e} \Delta h \right) \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right) \right]. (28)$$

Этот результат получен исходя из предположения, что влажность воздуха вокруг изделия равна 0,  $n(0, t)$ ;  $n(e, t)$ , что не соответствует действительности.

Согласно нормам влажность готового изделия должна быть 12 %; соответственно введём поправочный коэффициент и окончательно получим:

$$n(x, t) = 12 + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{2n_0}{\pi m} e^{-\frac{\pi^2 a^2 m^2 t}{e^2}} \times \text{Cos} \left( \frac{\pi a m}{e} \Delta h \right) \text{Sin} \left( \frac{\pi a m}{e} x \right) \right]. (29)$$

Данный коэффициент является постоянным и при подстановке в исходное дифференциальное уравнение  $\frac{\partial n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$  в ходе дифференцирования уничтожается, и равенство не нарушается.

Для наглядности представим данные зависимости в виде графиков (рис. 2, 3).

**Выводы**

1. По графику 2 видно, что концентрация влаги возрастает по мере увеличения глубины расположения точек (расчёт выполнен для момента времени 75000 с (21 час.), и на фиксированной глубине  $X = 0,004$  м (рис. 3) с течением времени убывает от 15 до 14,2 %, предусмотренных технологией, что тоже адекватно описывает реальный процесс сушки.

2. Целью дальнейших исследований является экспериментальная проверка полученной зависимости.

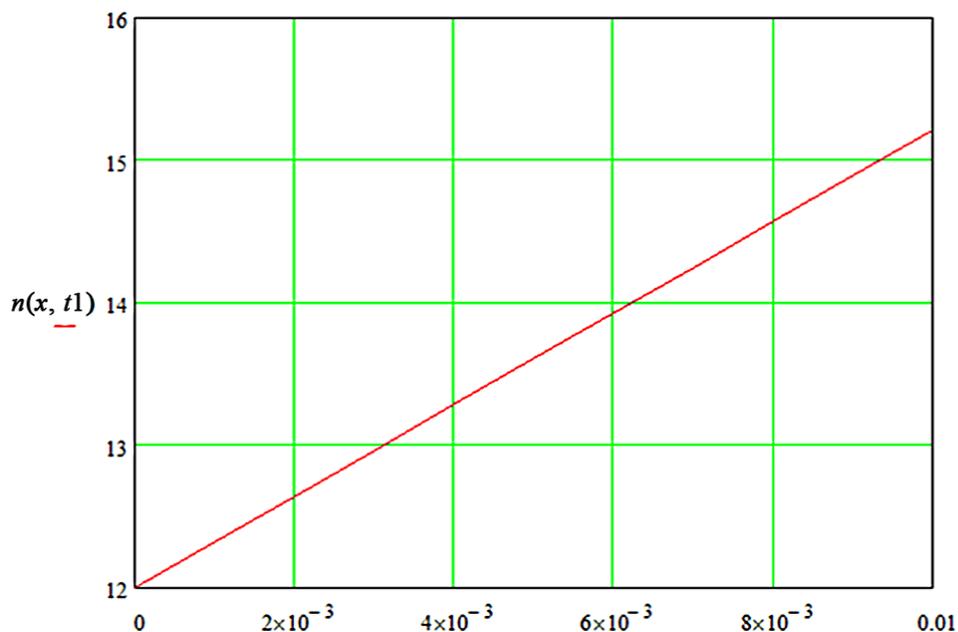


Рис. 2 – Зависимость распределения концентрации по глубине изделия в конце процесса сушки

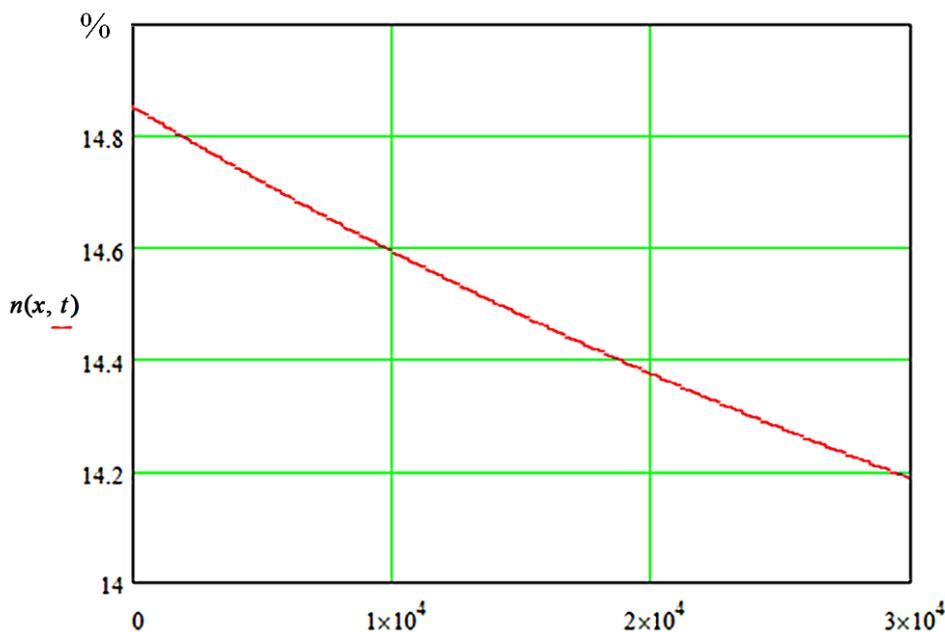


Рис. 3 – Зависимость концентрации от времени на глубине 0,004 м

3. Созданная модель позволит рассчитать необходимые значения параметров плёночного электронагревателя и подобрать оптимальные режимы сушки.

#### Литература

1. Афонькина В.А. Инфракрасная сушка термобильного растительного сырья на примере зелёных культур / Южно-Уральский государственный аграрный университет. Челябинск, 2015.

2. К вопросу управления процессом комбинированной сушки зерна / В.А. Афонькина, В.Г. Захатнов, В.И. Майоров [и др.] // Вестник Мордовского университета. 2016. Т. 26. № 1. С. 32–39.

3. Калинина Т.О., Полякова В.Ю., Кичин К.В. Создание оптимальных тепловых условий в теплицах в зимний период // Молодой учёный. 2016. № 29 (133). С. 81–86.

4. Бледных В.В. Высокоэффективная технология обогрева жилых и производственных помещений // Вестник Башкирского государственного аграрного университета. 2013. № 4 (28). С. 81–83.

5. Пат. на полезн. модель 57070 Российская Федерация. Плёночный электронагреватель / Н.Е. Епишков, Е.Н. Епишков, С.В. Глухов; заявит. и патентооблад. Е.Н. Епишков. № 2006110752; заявл. 03.04.2006; опубл. 27.09.2006.

6. Пат. на изобретение 2321188 Российская Федерация. Плёночный электронагреватель / Н.Е. Епишков, Е.Н. Епишков, С.В. Глухов; заявит. и патентооблад. Н.Е. Епишков. № 200614292/09; заявл. 04.12.2006.

7. Пат. на полезн. модель 76764 Российская Федерация. Плёночный электронагреватель / Н.Е. Епишков, Е.Н. Епишков, С.В. Глухов; заявит. и патентооблад. Н.Е. Епишков. № 2008119219/22; заявл. 15.05.2008.

8. Электротехнология / А.М. Басов, В.Г. Быков, А.В. Лаптев [и др.]. М.: Агропромиздат, 1985. 255 с.

9. Епишков Е.Н., Новиков Р.Р. Математическая модель процесса сушки макаронных изделий с помощью

плёночных лучистых электронагревателей // Материалы Междунар. научно-практической конференции Института агроинженерии, посвящённой 85-летию кафедры «Эксплуатации машинно-тракторного парка». Челябинск, 2019

**Попов Виталий Матвеевич**, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой. ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный аграрный университет». Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 75, ntc-es@mail.ru.

**Валентина Александровна Афонькина**, кандидат технических наук, доцент. ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный аграрный университет». Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 75, AfVa82@mail.ru.

**Елена Ивановна Кривошеева**, старший преподаватель. ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный аграрный университет». Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 75, KuvshinkaLenchik@mail.ru.

**Егор Николаевич Епишков**, кандидат технических наук, доцент. ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный аграрный университет». Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 75, een\_1978@mail.ru.

**Vitaly M. Popov**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor. South Ural State Agrarian University. 75, Lenin Ave., Chelyabinsk, 454080, Russia, ntc-es@mail.ru.

**Valentina A. Afonkina**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. South Ural State Agrarian University. 75, Lenin Ave., Chelyabinsk, 454080, Russia, AfVa82@mail.ru.

**Elena I. Krivosheeva**, Senior Lecturer. South Ural State Agrarian University. 75, Lenin Ave., Chelyabinsk, 454080, Russia, KuvshinkaLenchik@mail.ru.

**Egor N. Epishkov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. South Ural State Agrarian University. 75, Lenin Ave., Chelyabinsk, 454080, Russia, een\_1978@mail.ru

